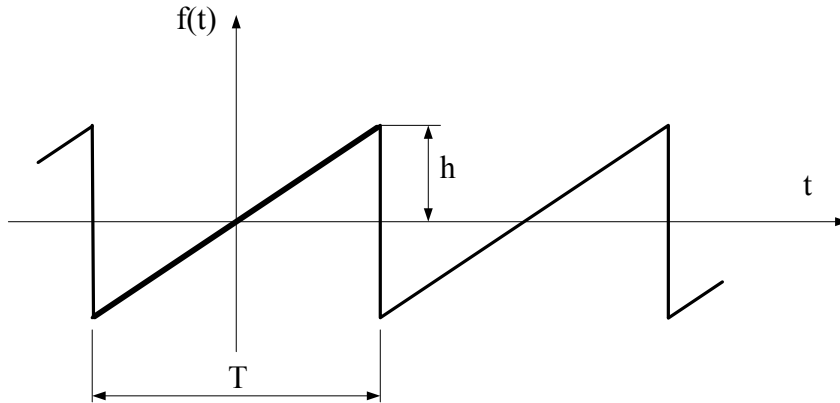


Fourier sor

Példa

- a) Határozza meg az ábrán látható fűrészfogregzés Fourier-sorának együtthatóit!
 b) Három taggal közelítve rajzolja meg a függvényt Excel segítségével!



Megoldás

A függvény egyenlete (origón átmenő egyenes egyenlete a $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ intervallumban)

$$f(t) = \frac{2h}{T} t$$

A függvény középvértéke (DC komponense) a szimmetria miatt zérus, ezért $a_0=0$.

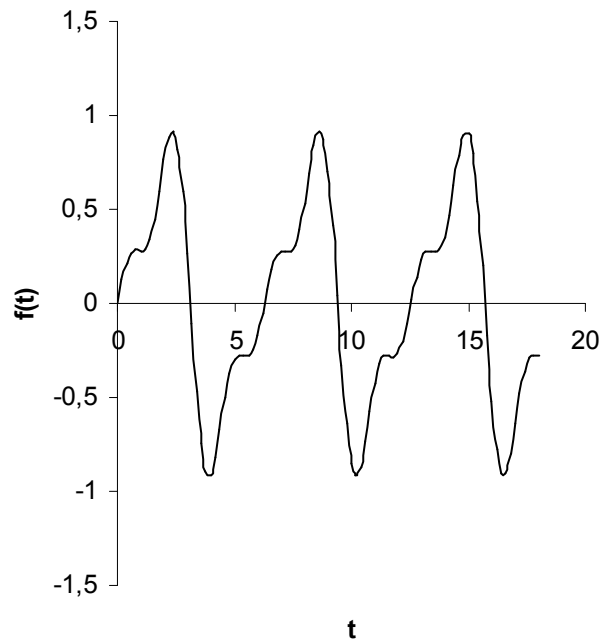
A függvény páratlan, ezért csak szinuszos tagokból áll. A szinuszos tagok együtthatói:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \underbrace{\frac{2h}{T} t}_{f(t)} \cdot \underbrace{\sin\left(n \frac{2\pi}{T} t\right)}_v dt = \frac{2}{T} \frac{2h}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \underbrace{t}_u \cdot \underbrace{\sin\left(n \frac{2\pi}{T} t\right)}_v dt = \\ &= \frac{4h}{T^2} \left\{ \left[t \left(-\cos\left(n \frac{2\pi}{T} t \right) \right) \frac{T}{n2\pi} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{T}{n2\pi} \cos\left(n \frac{2\pi}{T} t \right) dt \right\} = \\ &= \frac{4h}{T^2} \left\{ -\frac{T}{2} \cos\left(n \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} \right) \frac{T}{n2\pi} + \left(-\frac{T}{2} \right) \cos\left(n \frac{2\pi}{T} \left(-\frac{T}{2} \right) \frac{T}{n2\pi} \right) + \left(\frac{T}{n2\pi} \right)^2 \left[\sin\left(n \frac{2\pi}{T} t \right) \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \right\} = \\ &= -\frac{4h}{n2\pi} \cos n\pi = \underline{\underline{\frac{2h}{\pi} \sum \frac{(-1)^{n+1}}{n}}} \end{aligned}$$

A függvény Fourier sorának első néhány tagja a következő:

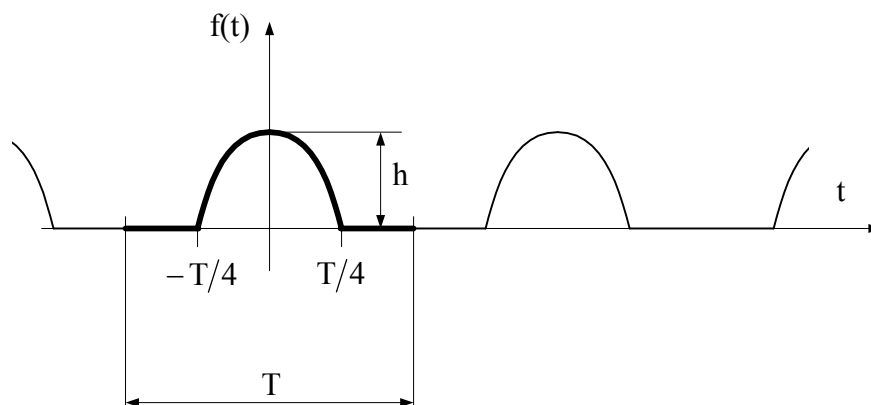
$$y(t) = \underbrace{\frac{2h}{\pi}}_{a_1} \sin\left(1 \cdot \frac{2\pi}{T} t\right) - \underbrace{\frac{2h}{2\pi}}_{a_2} \sin\left(2 \cdot \frac{2\pi}{T} t\right) + \underbrace{\frac{2h}{3\pi}}_{a_3} \sin\left(3 \cdot \frac{2\pi}{T} t\right) - + \dots$$

A három taggal közelített függvény Excellel készített grafikonja az ábrán látható. Megfigyelhető, hogy a fűrészfog-jelleg már háromtagú közelítés esetén is jól felismerhető.



1) Feladat

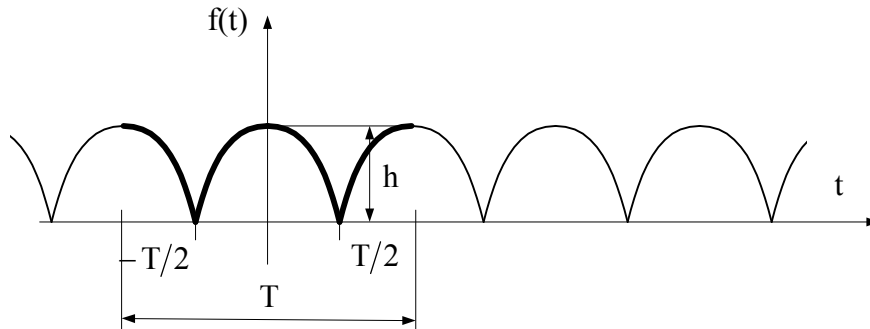
Határozza meg az ábrán látható együttesen egyenirányított szinuszrezgés Fourier-sorának együtthatóit!



Segítség: $\cos nx \cdot \cos x = \frac{\cos(n+1)x + \cos(n-1)x}{2}$

2) Feladat

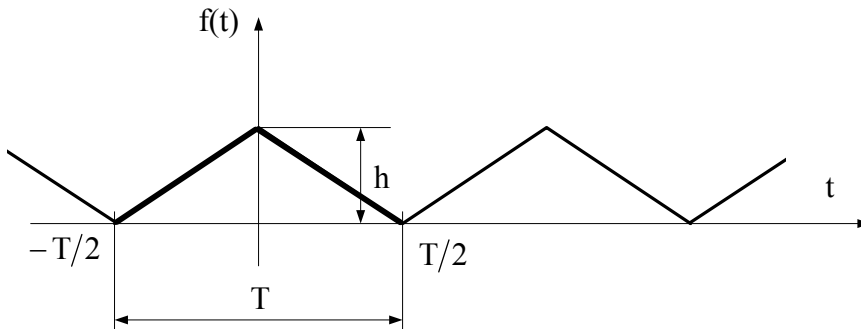
Határozza meg az ábrán látható kétutasan egyenirányított szinuszrezgés Fourier-sorának együtthatóit!



$$/ a_0 = \frac{2h}{\pi} ; a_n = -\frac{4h}{\pi(n^2 - 1)} /$$

3) Feladat

Határozza meg az ábrán látható háromszög rezgés Fourier-sorának együtthatóit!



4) Feladat

Határozza meg az ábrán látható 50 százalékos kitöltési tényezőjű négyszögjel Fourier-sorának együtthatóit!

