

Értékünk AZ **EMBER**

Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program



Horváth Péter

A MECHATRONIKA ALAPJAI



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával.

Szerző: dr. Horváth Péter
egyetemi docens

Lektor: dr. Huba Antal
egyetemi docens

A dokumentum használata

Mozgás a dokumentumban

A dokumentumban való mozgáshoz a Windows és az Adobe Reader megszokott elemeit és módszereit használhatjuk.

Minden lap tetején és alján egy navigációs sor található, itt a megfelelő hivatkozásra kattintva ugorhatunk a használati útmutatóra, a tartalomjegyzékre, valamint a tárgymutatóra. A ◀ és a ▶ nyilakkal az előző és a következő oldalra léphetünk át, míg a Vissza mező az utoljára megnézett oldalra visz vissza bennünket.

Pozicionálás a könyvjelzőablak segítségével

A bal oldali könyvjelző ablakban tartalomjegyzékfa található, amelynek bejegyzéseire kattintva az adott fejezet/alfejezet első oldalára jutunk. Az aktuális pozíciókat a tartalomjegyzékfában kiemelt bejegyzés mutatja.

A tartalomjegyzék használata

Ugrás megadott helyre a tartalomjegyzék segítségével

Kattintsunk a tartalomjegyzék megfelelő pontjára, ezzel az adott fejezet első oldalára jutunk.

Keresés a szövegben

A dokumentumban való kereséshez használjuk megszokott módon a Szerkesztés menü Keresés parancsát. Az Adobe Reader az adott pozíciótól kezdve keres a szövegben.

Tartalomjegyzék

1. Mi a mechatronika?	6
1.1. Definíciók	6
1.2. A mechanikus rendszerek fejlődésének lépései	8
1.3. A mechatronikai berendezések tulajdonságai	15
1.4. A mechatronikai rendszer felépítése	16
1.5. A mechatronika részterületei.....	17
1.6. Mikor célszerű a mechatronika alkalmazása?.....	19
2. Jelek és feldolgozásuk	23
2.1. Jelek felosztása.....	23
2.2. A jelek fontosabb jellemzői.....	24
2.3. Jelformálás	25
3. Mechatronikai berendezések irányítási rendszere	33
3.1. Az irányítási rendszer szintjei.....	33
3.2. A vezérlési/szabályozási szint.....	34
4. A mechatronika mechanikai alapjai	43
4.1. Kinematikai alapok	43
4.2. Kinetikai alapok	49
5. Szenzorok és aktuátorok fizikai alapjai	66
5.1. Mágnesség a mechatronikában	66
5.2. A fény mechatronikai alkalmazása.....	84
5.3. A hang alkalmazása.....	95
5.4. Egyéb fizikai hatások.....	102
6. Szenzorok	105
6.1. A szenzorok iránt támasztott követelmények.....	105
6.2. A szenzorok általános felépítése.....	106
6.3. A közvetett mérés elve	107
6.4. Szenzorok jellemzői.....	113
6.5. A linearitással összefüggő kérdések.....	119

7. Aktuátorok.....	130
7.1. Aktuátorok felépítése	130
7.2. Az aktuátorokkal szemben támasztott követelmények	132
7.3. Aktuátorok statikus jelleggörbéi	132
7.4. Elektromechanikus pozícionáló hajtások.....	134
7.5. Fluid aktuátorok.....	138
7.6. Újszerű aktuátorok.....	139
7.7. Aktuátorok alkalmazási köre.....	142
8. Mozgás-átalakítók a mechatronikában.....	144
8.1. Gépcsoport munkapontja.....	144
8.2. Mozgás-átalakítók felosztása	146
8.3. Az áttétel, mint az átalakító jellemzője	151
8.4. Mozgás-átalakítók hatásfoka	156
8.5. Az áttétel optimális megválasztása	159
<i>Rövidítések</i>	163
<i>Irodalom</i>	164

1. Mi a mechatronika?

A XX. század második felében a számítógépek és az információtechnika rohamos fejlődése, a kapcsolódó mérnöki területekre gyakorolt hatása új fogalmat hozott létre: a mechatronikát. A mikroprocesszor bevezetése a 80-as évek elején, az új berendezések egyre növekvő használati érték/ár viszonya forradalmasította a mérnöki tervezési szemléletet. Egyre több terméket fejlesztettek a tradicionális mérnöki és természettudományi területek határvonalán. Bár vannak, akik tagadják a mechatronika újszerűségét, mégis úgy tűnik, hogy az összetett, tudományágak határain átívelő ismereteket ötvöző termékek tervezésének létezik egy sajátos, optimális, magától értetődő módszere: a mechatronika. A mechatronika a modern mérnöki tervezés fejlődési folyamatának természetes lépcsőfoka, mely egységes csomagba foglalja a terméktervezés alapvető kérdéseit. A mechatronika fontosságát világszerte felismerték: sok egyetemen kínálnak mechatronikai kurzusokat, referált folyóiratok és nagy részvételi arányú konferenciák fémjelzik az új szakág súlyát.

1.1. Definíciók

A mechatronika fogalmának megfogalmazásához idézzünk néhány definíciót! Bár mindegyikük megragad valamit a fogalom lényegéből, azonban egyikük sem képes visszaadni a fogalom teljességét.

A *mechatronika* első említése a Yasakawa Electric Companytól származik és a robottechnikával kapcsolatban merült fel. A szó a *mechanics* (gépészet, mechanika) és az *electronics* (elektronika) kifejezések összevonásával egyrészt azt jelzi, hogy a termékek és technológiák a mechanikus részek mellett egyre több elektronikát tartalmaznak. A szóösszetétel arra is utal, nehéz felismerni az egyik részterület végét és a másik kezdetét.

Talán a leggyakrabban idézett definíció *Harashima, Tomizuka* és *Fukadától* származik:

„A mechatronika a gépészet szinergikus integrációja elektronikával és intelligens számítógépes irányítással, ipari termékek tervezése és gyártása során”.

Érdeemes felfigyelni a definícióban szereplő „szinergikus integrációra”. Eszerint a mechatronika sokkal több, mint a vázolt résztudományok egyszerű egymás mellé helyezése. A hangsúly a részek kölcsönös egymásra hatásán, a minőségileg új hatások kialakulásán van. Nagyon hasonló megfogalmazás olvasható *Schweitzer* művében:

„A mechatronika a mérnöki tudományok interdiszciplináris területe, mely a gépészet, elektrotechnika és informatika klasszikus tudományterületeire épül. Egy tipikus mechatronikai rendszer jeleket fogad, dolgoz fel, majd a jeleket erőkké és mozgásokká alakítva bocsátja ki”.

Az interdiszciplináris jelző alatt a jelenleg még egymástó erősen elkülönülve létező tudományágak mélyebb együttműködésének szükségessége húzódik meg. A tudományágak elkülönültségének elsősorban történeti okai vannak.

Auslander és *Kempf* definíciója így hangzik: „A mechatronika komplex döntéshozatal, fizikai rendszerek működtetéséhez”.

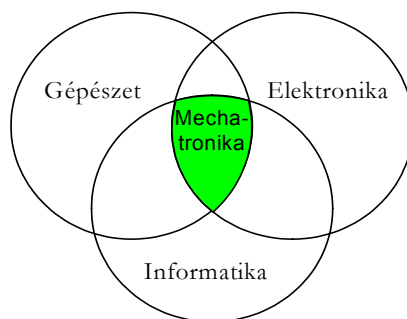
Találó *Shetty* és *Kolk* definíciója is: „A mechatronika elektromechanikus termékek optomális tervezéséhez alkalmazott módszer”.

Bolton szerint „A mechatronika nem csak a villamos és mechanikus rendszer házasága. Sokkal több, mint csak egy szabályzó rendszer. Az előbbiek komplex integrációja”.

Az eddigi törekvések, melyek arra irányultak, hogy egységesen definiálják a mechatronika fogalmát, jellemezzék a mechatronikai termékek sajátosságait, vagy egységes mechatronikai tananyagot alakítsanak ki, nem vezettek teljes eredményre. Az eltérő megfogalmazások azonban arra is utalnak, hogy a mechatronika egy szerteágazó, élő, állandóan változó új tudományterület. A definíciók mind megegyeznek abban, hogy a mechatronika interdiszciplináris terület, melyben a következő tudományágak vannak jelen:

- *Gépészet* (gépek, gépelemek, finommechanika)
- *Elektronika* (mikroelektronika, teljesítményelektronika, szenzor- és aktuátorteknikák)
- *Informatika* (rendszerelmélet, automatizálás, programozás, mesterséges intelligencia)

A legtöbb szakirodalom a mechatronikát a felsorolt tudományterületek közös részében helyezi el (1.1. ábra). A gépészet és elektronika átfedése az elektromechanika (elektromos működtetésű mechanikus szerkezetek). Az elektromechanika és az informatika átfedése a mechatronika, mely intelligens vezérlésű elektromechanikus berendezést jelent.



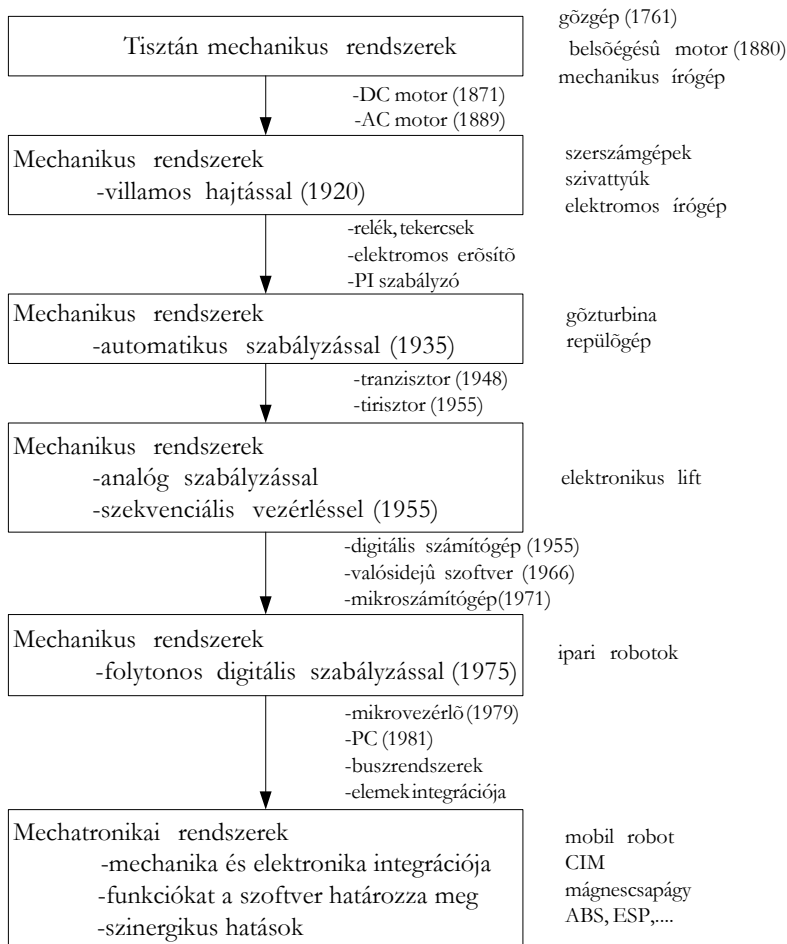
1.1. ábra. A mechatronika tudományterületei

A továbbiakban a „mechatronika” kifejezést az előzőekben körülírt új interdiszciplináris tudományág megnevezésére, valamint e tudományág ismereteinek felhasználásán alapuló tervezési eljárás elnevezésére egyaránt használjuk.

1.2. A mechanikus rendszerek fejlődésének lépései

A mechatronika lényegének jobb megismerése céljából hasznos áttekintnünk, hogy a gépek, berendezések milyen fejlődési lépcsőkön keresztül jutottak el mai fejlettségük fokára. A felsorolásban nem megyünk vissza Ádámig és Éváig, a fejlődést csupán a tisztán mechanikus szerkezetek fejlődésétől követjük nyomon.

Jól szemlélteti a tisztán mechanikus rendszerek fejlődését és mechatronikai rendszerekké történő átalakulását az 1.2. ábra.



1.2. ábra. A gépészet fejlődése

Felmerül a kérdés, hogy a bemutatott átalakulási folyamat mely pontjától kezdve beszélhetünk mechatronikai elvű berendezésről? Természetesen nem attól függ egy berendezés jósága, hogy azt minek nevezik, ezért nem érdemes komoly vitákba bocsátkozni a kérdés eldöntését illetően. Különösen a villamos szabályzással működő berendezések megítélésekor vannak véleménykülönbségek a szakemberek között. Ráadásul a kérdés eldöntése az idők során is változott. Japánban például, amikor a mechatronika kifejezést szabadalmaztatták, az csupán egy mechanikus rendszert jelentett elektronikus elemekkel, a számítástechnika még nem volt része a rend-

szernek. A 70-es évek végén a mechatronikai termékeket négy csoportba sorolták:

Tulajdonság	Példák	Alkalmazott eszközök
mechanikus gyártmányok, melyek elektronikával vannak ellátva a funkcionalitás növelése érdekében	– NC gépek, – változó sebességű hajtások megmunkáló gépekben.	– szervo technika, – szabályozástechnika, teljesítmény elektronika.
mechanikus berendezések jelentősen modernizált elektronikai egységekkel	– modern varrógépek, – automata megmunkáló központok.	– korai számítástechnikai eszközök alkalmazása
Eredeti mechanikus rendszerek funkciói elektronikával helyettesítve	– digitális óra	– mikroprocesszor, – integrált áramkörök
termékek, melyeket a mechanikai és elektronikai technológiák szinergikus integrációjával terveztek	– fénymásolók, – intelligens mosógépek	

A tudomány és technika fejlődésének körülbelül egy évszázadra volt szüksége ahhoz, hogy a tisztán mechanikus szerkezetek átalakuljanak mechatronikai szerkezetekké. Mint az a táblázatból is látszik, a mechatronikai berendezések a hagyományos mechanikus berendezésekből fokozatosan fejlődtek ki. Számos klasszikus megoldás még most is felismerhető a mechatronikai berendezések konstrukciójában, hiszen azok alapvetően mechanikai jellemzőt: erőt, elmozdulást hoznak létre. A tisztán mechanikus működési elvű berendezések tökéletesítéséeként először analóg elektronikus szabályzást alkalmaztak, melyet a villamos szenzorok és aktuátorok tettek lehetővé. A rendszer mechanikus és villamos elemei mind térben, mind a tervezés folyamatában még elkülönültek egymástól. A vitathatatlan javulás ellenére a változásnak árnyoldalai is voltak, például a berendezések kis élettartama, nem megbízható működése, környezeti zavarokra (vibrá-

ció, szennyeződés, hőmérsékletváltozás) való érzékenysége, nagy hely és vezetékigény, kis adatfeldolgozási sebessége.

A konstrukció folytonos fejlődésének folyamatát néhány jól felismerhető tendencia jellemezte: a miniatürizálás, a zavaró hatásokkal szembeni nagyobb ellenálló képesség (robosztusság), az elektronikus komponensek teljesítményének növekedése. Az említett tendenciák főként a nagy integráltsági fokú elektronikus részek egyre növekvő részarányából adódtak. A konstrukcióra jellemző lett, hogy azt kezdetől fogva mechanikus-elektromos összrendszernek tekintették. A fejlesztés célja a nagyobb autonómia (önálló energiaellátás, érintésmentes jelátvitel) lett. Fokozatosan következett be a *funkciók megosztása* a mechanika és az elektronika között. Már a villamos erősítő és a villamos segédenergiával működő aktuátorok alkalmazása is jelentős egyszerűsítést okozott a konstrukció felépítésében (pl. villamos írógép, kamera). A berendezések mechanikai felépítése tovább egyszerűsödött a decentralizált villamos hajtásokkal, melyet a mikrovezérlők alkalmazása tett lehetővé (varrógépek, több tengelyes megmunkáló gépek, automaták). Az eredetileg mechanikusan megoldott funkciók (feladatok) száma lecsökkent, a funkciók egyszerűsödtek, a méretek csökkentek. A könnyű felépítés következtében rugalmas, lengésekre hajlamos szerkezetek jöttek létre. Megfelelő szabályzással (szenzorokkal, aktuátorokkal, elektronikával) azonban állítható nagyságú *elektronikus csillapítást* lehet létrehozni, mellyel a szerkezet káros rezgései csökkenthetők (elasztikus robotok, elasztikus hajtásláncok, darurendszerek, űrállomások).

A *digitális szabályzás* beépítésével nem csak egy bizonyos fizikai mennyiség tartható előírt értéken, hanem egy eredetileg *nemlineáris tulajdonságú rendszer egyszerűen linearizálható* is. Már nem kell a nem lineáris részeket (például egy mágnesszelep nemlineáris karakterisztikáját) költséges eszközökkel linearizálni, aminek következtében a konstrukciós és gyártástechnológiai ráfordítás is kisebb lehet.

A szabadon programozható alapjel-képzővel a *nemlineáris mechanikus részeket jól lehet illeszteni az ember igényeihez* (például elektronikus gázpedál, távvezérlésű manipulátorok).

A szabályzás további előnye, hogy a tényleges és a megkövetelt érték állandó összehasonlítása révén olyan *nagy pontosság érhető el* jó hatásfokkal, amit egy igen nagy pontossággal kivitelezett mechanikus elem vezérlésével egyáltalán nem lehetne elérni. Ennek rendkívül nagy előnyei vannak, hiszen a megmunkálási pontosság csökkenthető és egyszerűbb mechanikai kialakítások is elégségesek. Egy igen szemléletes példa erre a CD-meghajtó

fejpozicionáló rendszere. Az olvasófejet mozgató mechanika motorból, többfokozatú műanyag fröccsöntött, csapágyazás nélküli fogaskerék-áttételből, csavarorsóból, súrlódó vezetékből áll. A mechanika kotyog, lötyög, akad, minőségileg alig különbözik (ha nem rosszabb) az ötvenes-hatvanas években gyártott lendkerekes kisautóktól. Nem gondolnánk, hogy ilyen igénytelen (de persze olcsó!) mechanikával a mikrométer törtrészét kitevő pozicionálási pontosság érhető el. A csodát a szabályzás és az elektronika teszi most is. A mechanikára szerelt optikai fejet egy kis elektromechanikus aktuátor olyan pontossággal mozgatja, hogy az a mechanikus rendszer hibáit kiegyenlítse. A mechanikus rendszernek csupán annyi a feladata, hogy durván, néhány tized milliméter pontossággal álljon rá a megkívánt pozícióra. A villamos szabályzás a többit megoldja.

Az egyszerűbb mechanikai felépítés következtében fellépő nagyobb és változó értékű súrlódás a megváltozott viszonyokhoz automatikusan alkalmazkodó *adaptív szabályzással* kompenzálható. Az adaptív szabályzás teszi lehetővé a berendezések működését olyan munkapontokban is, ahol egyébként a működés instabil lenne. Ezáltal a működési tartomány kiterjeszhető.

Az elektronika részarányának növekedése, a növekvő számú szenzor, aktuátor, kapcsoló, szabályzó és vezérlő miatt a felhasznált vezetékek mennyisége is nő, ami költség, súly, szükséges térfogat növekedést okoz. Mindezek a problémák *digitális buszrendszer* (CANBUS, PROFIBUS stb.) alkalmazásával csökkenthetők. Leegyszerűsítve arról van szó, hogy az összes említett berendezés időosztással egy szál vezetéken kommunikál egymással és a központi számítógéppel, miközben magát azonosítja.

A mechatronikai szemléletmóddal kialakított berendezések a hagyományos funkciók egyszerűsítésén és megosztásán kívül olyan *új funkciók* (feladatkörök, képességek) teljesítését is lehetővé teszik, melyek korábban nem voltak megvalósíthatók. Néhány mérhető mennyiségből analitikus összefüggések felhasználásával a digitális számítógép képes *nem mérhető mennyiségeket is meghatározni* és a szabályzásban figyelembe venni. Például az egymást követő lengés-amplitúdók méréséből a csillapítás meghatározása, anyagban ébredő belső feszültségek, súrlódási tényező meghatározása a kúszási szögből stb.

A berendezések megbízhatósága iránti igény egyre fokozódik. Ennek kielégítésében segít a jellemzők analitikus meghatározása, melynek a hibák korai felismerésében (diagnosztika), ellenintézkedések meghozatalában van szerepe (figyelmeztetés, leállítás, újra konfigurálás).

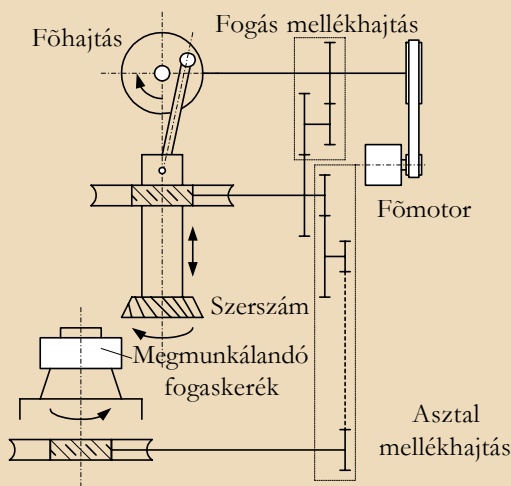
A mechatronikai berendezésekben alkalmazott *digitális jelfeldolgozás* alapvető megkülönböztető jellemzője e készülékeknek, mely az új funkciók teljesítésén kívül lehetővé teszi a változó feladatokhoz való rugalmas alkalmazkodást.

A tervezés során szinte kivétel nélkül alkalmazzák a *szimuláció* módszerét. A szimuláció feleslegessé teszi a kísérletezést, meggyorsítva ezzel a tervezés folyamatát. Ehhez először megalkotják a rendszer matematikai modelljét (a viselkedését leíró egyenletek rendszerét), majd különböző bemenő jelekre meghatározzák a kimenőjelet (kimenőjeleket). Közben a rendszer szabadon változtatható paramétereit addig változtatják, amíg a kimenőjel valamilyen előre meghatározott kritérium rendszer alapján optimális nem lesz. A szimuláció végrehajtását fejlett programrendszerek (ADAMS, MATLAB SIMULINK, VisSim) támogatják, de nem helyettesítik az alapos tudást. A szimuláció csak a biztos ismeretekkel rendelkező mérnök kezében hatékony eszköz, tudás hiányában nem több, mint sötétben való tapogatózás.

Szintén a termékek gyorsabb piacra kerülést segíti, ha a berendezés egyes részeit párhuzamosan fejlesztik és a *részek integrálása szoftverrel* történik. Mind a vevő, mind a gyártó számára előnyös, ha egy berendezés minden része ugyanattól a gyártótól származik, mert ez a berendezés integrációs fokát növeli.

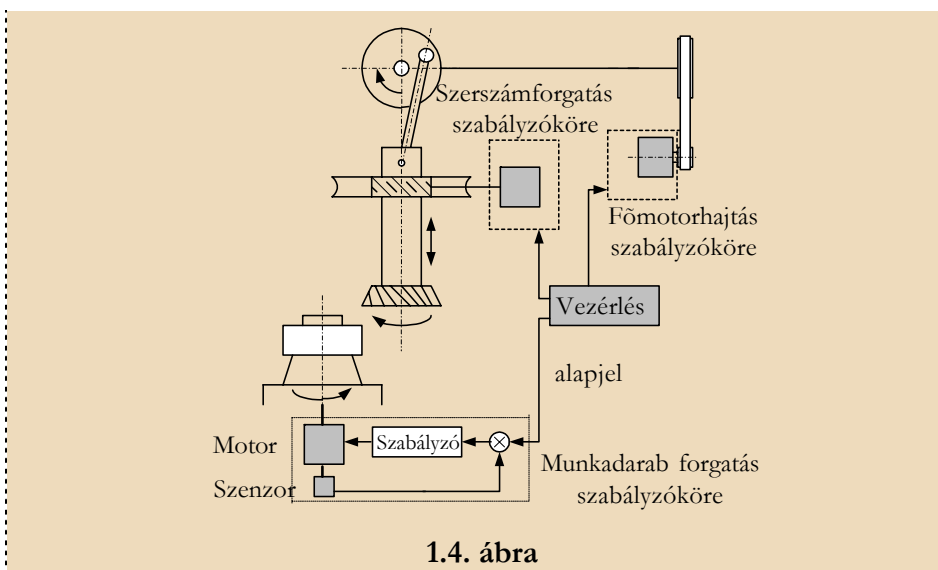
A mechatronikai elvek célszerű alkalmazására válasszunk egy példát a szerszámgépek köréből. Az 1.3. ábrán fogaskerekek előállítására szolgáló fogazógép kinematikai vázlata látható. Az egyszerűség kedvéért egyenes fogazatú fogaskerekek készítésének elvét mutatjuk be. A munkadarab megmunkálására egy ahhoz hasonló, csak kemény anyagból készült, megfelelő forgácsoló szögekkel ellátott másik fogaskerék (szerszám) szolgál. A szerszám egyrészt le-fel történő oszcilláló mozgással mintegy vési a fogárkot, közben a két kerék gördülőkörrei egymáson lassan legördülnek. Így mire a munkadarab egyszer körbefordul, az összes fogárok elkészül. A legördülő mozgáshoz a munkadarabot és a szerszámot saját tengelyeik körül különböző fordulatszámokkal kell forgatni. A fordulatszámok arányát (az áttételt) a z_m munkadarab és a z_{sz} szerszám fogszám határozza meg. Az áttételt a fogazó géphez mellékelt ún. cserekerékek felszerelésével kell a gép kezelőjének létrehozni. Hasonlóan kell beállítani a fogás mértékét is, hogy egy-egy le-fel történő vésési ciklus után mekkora szöggel for-

duljon el a szerszám. A cserekerekes hajtóművek nagy helyet foglalnak el, a kerek fogszámának kiszámítása, a kerek felszerelése időigényes, a sok mechanikus áttétel a gép eredő pontosságát nagymértékben lerontja.



1.3. ábra. Hagyományos fogazógép

A mechatronikai szemléletmód lényegesen csökkenti a fogazógép bonyolultságát (1.4. ábra). A cserekerekes hajtóművek helyett külön villamos hajtásokat alkalmazunk. A munkadarab és a szerszám most már nem mechanikus úton, hanem villamosan van egymáshoz szinkronizálva. A szinkronizálás villamos szabályzókörrrel történik, melynek alapjelét (jelen esetben az előírt szögelfordulást) egy vezérlőberendezés állítja elő. Mind a szerszám, mind a munkadarab szög helyzetét nagyon pontos szenzorok mérik. Az előírt és a tényleges szögpozíció eltérésének mértékétől függően a szabályzó utasítást ad a tengelyeket közvetlenül forgató motoroknak. A vezérlés tetszőleges programozhatósága most már nem csak a rendelkezésre álló cserekerekek által megvalósítható, hanem tetszőleges fogszámú fogaskerekek gyártását is lehetővé teszi. Az elektronika alkalmazása tehát nem csak egyszerűbbé és gyorsabbá tette a gép kezelését, hanem új, eddig meg nem lévő képességeket (funkciókat) is létrehozott.



A bemutatott példán az egyszerűbb mechanikai felépítés, a decentralizált részek, a digitális vezérlés, a nagyobb pontosság elérése vezérléssel, valamint új funkció teljesítése ismerhető fel.

1.3. A mechatronikai berendezések tulajdonságai

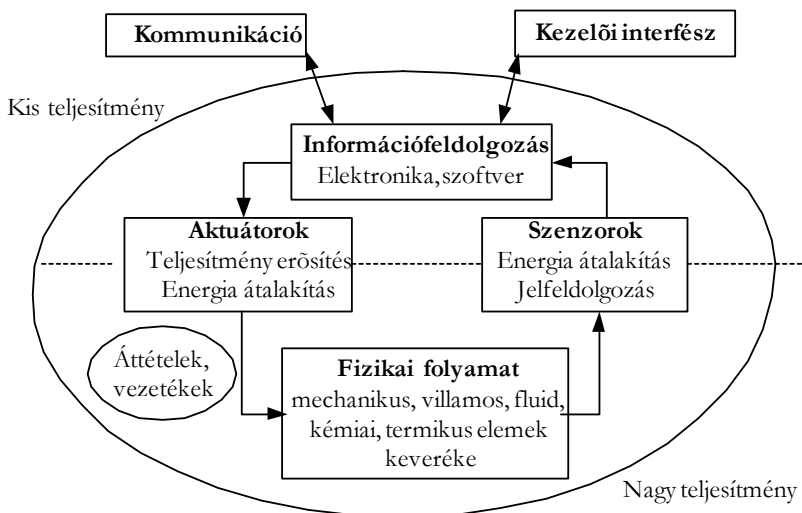
A hagyományos, tisztán mechanikus felépítésű berendezések fokozatos átalakulása során létrejött mechatronikai berendezések legfontosabb tulajdonságait az alábbi táblázatban összefoglalva láthatjuk. A fontossági sorrend tekintetében szeretnénk hangsúlyozni a digitális szabályzás alapvető fontosságát.

Hagyományos megoldás Jellemzők és példák	Mechatronikai elvű megoldás Jellemzők és példák
Terjedelmes méret (elektromechanikus írógép)	Tömör kialakítás (elektronikus írógép/nyomtató)
Komplex mechanika (befecskendező szivattyú forgó dugattyúval)	Egyszerű mechanika (befecskendező szivattyú mágneses szeleppel)
Összekapcsolt részek (szíjhajtású aggregát)	Autonóm részek (decentralizáltan hajtott aggregát)

Hagyományos megoldás Jellemzők és példák	Mechatronikai elvű megoldás Jellemzők és példák
Merev felépítés (merev hajtáslánc járműveknél)	Rugalmas felépítés (rugalmas hajtáslánc elektronikus csillapítással)
Mozgás vezérléssel vagy analóg szabályzással (robot megfogó)	Mozgás digitális szabályzással (erőérzékeny robot megfogó)
Pontos tűrésezés (vezérelt aktuátorok, pl. léptetőmotorral vezérelt olvasófej)	Pontosság elérése szabályzással (szabályozott aktuátorok, súrlódás, kopás kompenzáció)
Nem mérhető mennyiségek elhanyagolása (jármű állandó csillapítással)	Nem mérhető mennyiségek meghatározása számítással (jármű változó csillapítással, linearizálás)
Egyszerű felügyelet (áramfelügyelet motorban)	Felügyelet hibadiagnosztikával (autó)
Huzalozási probléma (kábelkorbács járműben)	Buszrendszerű vagy huzalmentes kommunikáció
Tulajdonságok állandók (kötött-pályás szállítóeszközök)	Adaptív, tanuló és változtatható tulajdonságok (mobil szállítóeszköz automatikus navigációval)

1.4. A mechatronikai rendszer felépítése

A manapság „mechatronikai” jelzővel illetett berendezések általános felépítése az 1.5. ábrán látható. A berendezés „agya” egy digitális elven működő, bonyolult számítások elvégzésére is képes mikroszámítógép. A szenzorok által mért – fizikai mennyiségekkel arányos – jelek előfeldolgozás után a számítógépbe kerülnek. A számítógép eltárolt stratégiák szerint jeleket generál az aktuátorok működtetéséhez. A jeleket teljesítményerősítő hozza olyan teljesítményszintre, mely az aktuátorok meghajtásához szükséges. Az aktuátorok erőket és/vagy mozgásokat hoznak létre, melyeket megfelelő hajtások alakítanak át a célnak megfelelően és adnak át a környezetnek. A feladat végrehajtásának eredményéről visszacsatolás ad információt a számítógépnek a további döntések meghozatalához. Érdeemes megfigyelni, hogy egy mechatronikai berendezés felépítése mennyire hasonlít egy szabályzás blokkdiagramjához.



1.5. ábra

1.5. A mechatronika részterületei

A mechatronika bevonult az élet szinte minden területére. A teljeség igénye nélkül néhány mindenki által ismert terület mechatronikai termékeit tekintjük át a következőkben.

A személyi számítógépek *perifériái* (nyomtató, lemezmeghajtó) olyan elektromechanikus berendezések, melyek működését magas fokú, digitális elven működő számítógépes rendszer irányítja. A *szórakoztató elektronika* terén a CD és DVD, valamint a videokamerák megjelenése az optikát is bevonta az integrálandó tudományterületek sorába. Így a mechatronika új ága jelent meg: az *optomechatronika*. Csak néhány példát említve a digitális fényképezőgépek, a 2D és 3D-s scannerek, projektorok, vonalkód olvasók, lézeres szintezők is ehhez a csoporthoz tartoznak. A fejlődés jellemzésére érdemes megjegyezni, hogy egy videokamerában az elemek integrációjának olyan foka valósul meg, hogy a méretek további csökkentésének már a kezelőgombok szükséges távolsága szab határt.

A mechatronika betört az *orvostudományok* területére is. Létezik már olyan robot, mellyel az USA-ból távirányítással végeztek műtétet Európában. Itt nem elsősorban a távolság leküzdése a fő eredmény, hanem a manipulátor-karoknak az emberénél sokkal finomabb mozgatása, valamint a sebész számára nyújtott nagy felbontású három dimenziós látás. A robotika területéről származó eredményeket hasznosítja a *biomechatronika*, mely

többek között intelligens, bioáramokkal működtetett végtagok kifejlesztésével foglalkozik. Az emberbarát gépek területén áttörés várható a beültethető szenzoroktól, melyek például a vakok részleges látását adhatják vissza.

A *robotika* az emberiség régi álmát valósítja meg, levéve a nehéz, monoton munkát az ember válláról. A korai, csak egy feladatra szolgáló manipulátorok helyét fokozatosan átvették a különböző feladatokra programozható robotok. Manapság ponthegesztő, festő, rakodó robotok végzik a termelés rutinfeladatait. A gyárakban robotokból, CNC gépekből, megmunkáló központokból álló rugalmas gyártócellákban történik a kis és középsorozatú gyártás. A látó, képfeldolgozó és helymeghatározó rendszerrel rendelkező mobil robotokat az üzemen belüli szállításon kívül az űrkutatásban, valamint a katasztrófák és terrorcselekmények elhárításában is alkalmazzák.

Végezetül, de nem utolsó sorban szólnunk kell az autó átalakulásáról is, hiszen a mechatronika *közlekedésben* betöltött szerepe jól követhető egy autó példáján. Az autó mindenki által ismert fogyasztási cikk. Azért is jó példa, mivel egy egész ország iparának fejlettsége mérhető le rajta. A 60-as évekig csak a rádió volt az egyetlen elektronika az autóban. A többi funkció tisztán mechanikus vagy elektromos volt. Az egész rendszert a vezető irányította. Az égési folyamat alaposabb vizsgálatából kiderült, hogy létezik egy optimális időpont a tüzelőanyag meggyújtására. Az elektronikus gyújtási rendszer volt az első mechatronikai rendszer az autóban a 70-es évek végén, mely a főtengely és a vezérműtengely pozíciójának érzékelőjéből, légárammérőből, a gázpedál pozíciójának és változási sebességének érzékelőjéből és mikrokontrollerből állt. A blokkolásgátló (ABS, Antilock Brake System) szintén a 70-es évek végén jelent meg. A rendszer bármelyik kerék blokkolását érzékeli és addig változtatja a fékhenger olajnyomását, amíg a kerék blokkolása megszűnik, miáltal a kocsí irányíthatósága fennmarad és a fékút lecsökken. A 90-es évek közepétől bevezetett vonóerő szabályzó rendszer (kipörgésgátló, TCS, Traction Control System) a gyorsítás során érzékeli a csúszást és a kipörgő kerék nyomatékát változtatja. Ez a folyamat lehetővé teszi, hogy az autó az adott útviszonyok között maximális gyorsulást érjen el. A járműdinamika szabályzó (VDC, Vehicle Dynamic Control) a 90-es évek végétől nyert alkalmazást. A rendszer a kormánykerék állásából határozza meg a vezető szándékát és összehasonlítja a kocsí tényleges mozgásával. Az eltérés hatására úgy szabályoz-

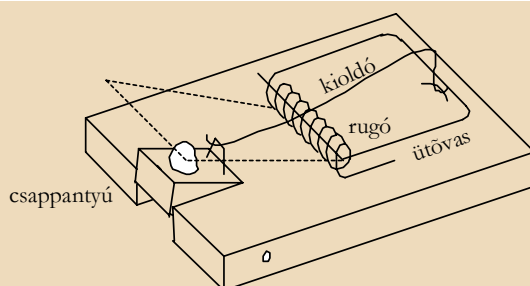
za az egyes kerekek nyomatékát és szögsebességét, hogy minimalizálja az eltérést.

Ma egy autóban 30–100 mikrovezérlő található, melyek a motor irányítását, áttétel szabályozását, légszák működtetését, ülés és tükör állítását, ablakemelő vezérlését stb. végzik. Míg régebben a minőség és megbízhatóság voltak a megkülönböztetés szempontjai autó vásárlása esetén, manapság egyre inkább a mechatronikai jellemzők kerülnek előtérbe. Az autó „mechatronizálása” a következő területeken várható: adaptív szabályozási technológiák alkalmazása, valósídejű programozási módszerek a szabályzások tökéletesítésére, **MEMS**-ek (Micro Electro Mechanical Systems) alkalmazása elsősorban szenzorokban, elektromos fék (brake-by-wire) a hidraulika kiküszöbölésére, aktív felfüggesztés a komfort növelésére, hangfelismerés, navigáció a vezetés megkönnyítésére.

1.6. Mikor célszerű a mechatronika alkalmazása?

Az interdiszciplináris mechatronikai ismeretekkel rendelkező mérnök képes a konvencionális gépszerkesztési elveken túllépő, a gépészeti és elektronikai megoldásokat kombináló egyszerűbb és olcsóbb megoldásokat létrehozni, sőt sokszor régebben megoldhatatlannak tűnő feladatokat is megoldani.

A mechatronika minden áron való alkalmazásának azonban vannak árnyoldalai is. Az „ágyúval lőni verébre” néha valóban káros, mint azt a következő példánk is mutatja Roddeck: Einführung in die Mechatronik c. könyve alapján.

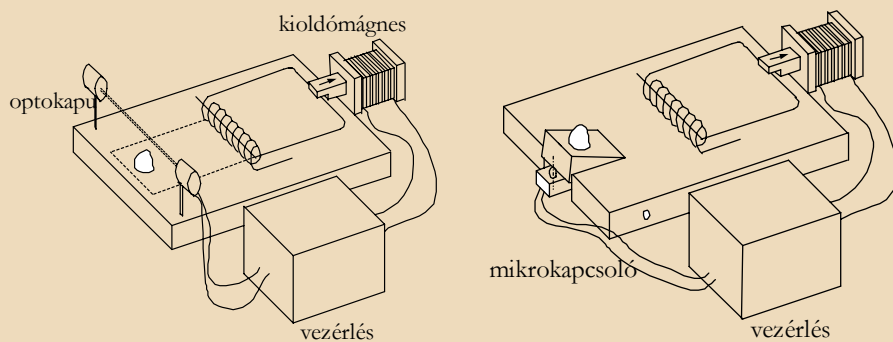


1.6. ábra. Hagyományos egérfogó

A feladat egy egérfogó tervezése. Már nagyon régóta használják a tisztán mechanikus elven működő egérfogót (1.6. ábra). A szerkezet tulajdonkép-

pen tartalmazza mindazokat az elemeket, melyek egy mechatronikai szerkezetben is megtalálhatók. A csappantyú, melyre valamilyen csalétket helyeznek, szenzorként viselkedik. Amint az egér rálép a csappantyúra, az lehajlik, ettől a kioldó drót előre húzódik és kioldja a rugóban, mint energiatárolóban tárolt energiát. A rugó drótjából kialakított ütővas aktuátorként működve átbillen a másik oldalra és agyonüti az egeret.

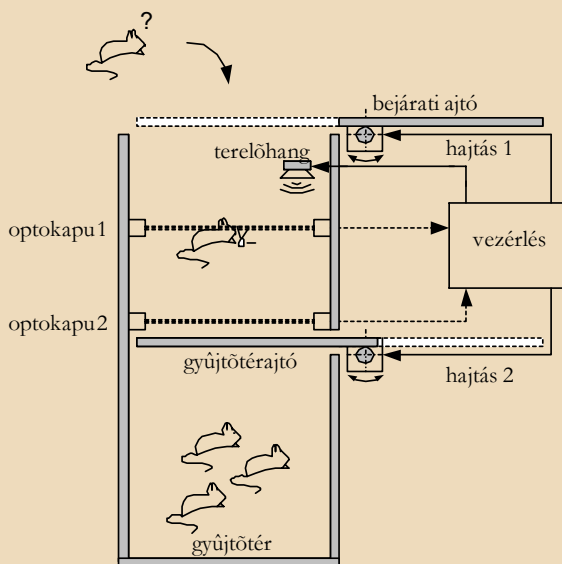
Felmerül a lehetőség, hogy a feladatot „elegánsabban” is meg lehetne oldani. Néhány részfeladatot (részfunkciót) mechatronikai építőelemekkel is helyettesíthetünk (1.7. ábra). Szenzorként alkalmazhatunk fénySOROMPÓT (transzmissziós optokaput), melyben a láthatatlan infravörös tartományú fénysugár útját a csalétket eszegető egér megszakítja. Másik lehetőségként egy mikrokapcsoló is számításba jöhet, mely az egér súlyának hatására záródik. Ez utóbbi megoldás annyiban előnyösebb, hogy az egérfogó készlet (stand-by) üzemmódban nem fogyaszt áramot és a vezérlés is egyszerűbb. A kioldót is lehet helyettesíteni egy elektromágnessel, melyet a vezérlőegység működtet. Feltehetően ez az egérfogó is kifogástalanul működne, azonban a meghibásodási esélye, és nem utolsósorban költsége sokszorosa lenne a hagyományos egérfogóénak. Tanulságos a példa anynyiban, hogy *nem mindenáron kell megváltoztatni a már jól bevált szerkezeteket!*



1.7. ábra. Mechatronikai sajátságokat is mutató egérfogó

Más a helyzet, ha olyan egérfogót kell tervezni, mely több egér befogására is alkalmas az egerek sérülése nélkül. Ilyen igény például orvosi vagy kozmetikai kutatásoknál alkalmazott fehéregerek befogásakor merülhet fel. Ezt a feladatot tisztán mechanikus szerkezettel nem tudnánk megoldani, tehát ésszerűnek tűnik egy mechatronikai elvű egérfogó megalkotása (1.8. ábra). Az egérfogó két térből áll. Az első térbe bejutó egeret az 1. opto-

kapu érzékeli és a vezérlés parancsot ad a bejárati ajtó bezárására. (Ez egyszerű feladatnak tűnik, mégis több részfeladatból áll: a motort addig kell működtetni, amíg annak bezáródását egy végállás kapcsoló nem érzékeli). Amint a bejárati ajtó teljesen becsukódott, a vezérlőegység kinyitja a gyűjtőtér ajtaját, ahol már esetleg több befogott egér is tartózkodik. Hogy az egerek kiszaladását az első térbe megakadályozzuk, valamint az új egeret a gyűjtőtérbe keressük, egy sziréna lép működésbe. Amint az egér bejutott a gyűjtőtérbe, a 2. optokapu fénysugara megszakad és a vezérlés zárja a gyűjtőtér ajtaját, majd utána kinyitja a bejárati ajtót. A berendezés kész újabb egér befogására. Valószínűleg a mechatronikai elvek szerint megtervezett egérfogó többé-kevésbé megoldaná a kitűzött feladatot, és ezzel megszolgálná a nagyobb költséget, bár nem lehet kizárni, hogy a gyűjtőtérből nem futnának ki az egerek a sziréna hangja ellenére. Tanulságos megfigyelni és összehasonlítani a most ismertetett és az előbbi berendezés vezérlési elvét. Az előző egérfogónál a vezérlés csak addig ad jelet a kioldómágnes működtetésére, amíg megszakad a fénysugár útja. A vezérlőjel itt csak a logikai változó (optokapu állapotának) pillanatnyi értékétől függ (kombinációs vezérlés).



1.8. ábra

A mechatronikai elvű egérfogó vezérlése azonban teljesen más rendszerű. A gyűjtőtér ajtaja nem csak addig kap vezérlőjelet a zárásra, amíg a 2. optokapu jele megszakad (az egér éppen áthalad a gyűjtőtér ajtaján), mert ilyen rövid idő nem elegendő az ajtó zárásához. Az ajtót működtető motor vezérlő jelének egészen az ajtó bezáródásáig kell tartani. A gyűjtőtér ajtaját mozgató motor a következő feltételek mellett kap a zárásra utasítást: a bejárati ajtó zárva van, a 2. optokapu fény sugara (akár csak egy pillanatra is) megszakadt, a tárolótér ajtaja még nem záródott be (végálláskapcsoló nyitott). Az optokapu fény sugarának pillanatnyi megszakadását tehát időben mintegy meg kell hosszabbítani, vagyis olyan *emlékező tulajdonságot* kell biztosítani a rendszernek, ami megjegyzi a fény sugar rövid megszakadását. Ennél a vezérlésfajtánál bizonyos logikai változók (bejárati kapu állapota, végálláskapcsoló állapota) pillanatnyi értékén kívül más logikai változónak (2. optokapu) a múltban bekövetkezett állapotától is függ a vezérlőjel értéke (szekvenciális vezérlés).

Egy másik ismert példa a porszívó esete. Szinte csak fokozatmentesen változtatható szívóerejű porszívókat kapni az üzletekben. A fejlettebb típusok a szívóerőt automatikusan változtatják a porzsák telítettségének függvényében. Ugyanakkor általános tapasztalat, hogy szinte mindenki a maximális szívóerőre állítva használja a porszívóját. A porszívó funkcióinak egy része így felesleges, kihasználatlan.

Ugyanez mondható el egy videó-kameráról is. Annyi kezelőgombot és olyan közel helyeznek el rajta, hogy egyszerre egy gomb megnyomása még a legvékonyabb ujjú embernek is nehézséget okoz. Úgy kell kézben tartani a kamerát, mint egy hímes tojást, nehogy valamelyik gombhoz véletlenül hozzáérjen a kezünk. Az átlag felhasználó itt is csak a lehetséges funkciók töredékét használja.

Hogy mégis miért teszik alkalmassá a berendezéseket felesleges funkciók ellátására is? Feltehetően a fogyasztók meggyőzésére. A felesleges funkciók zömét a berendezésbe amúgy is beépített mikrovezérlő programjának néhány soros bővítése gyakorlatilag pluszköltség nélkül teszi lehetővé. Az amerikai vevők már megszokták az eladó válaszát arra a kérdésre, hogy „Mire jó ez?”. A válasz: „Nice to have.” (Jó, ha van)

2. Jelek és feldolgozásuk

2.1. Jelek felosztása

A mechatronikai berendezések egyes részei között az energia és az információ áramlása teremt szoros kapcsolatot. Energia átvitel csupán a teljesítményerősítő és az aktuátor között bír jelentőséggel, míg a berendezés többi része között az információáramlás a meghatározó.

Információ alatt valamely közlés számszerűen kifejezhető ismerettartalmát értjük.

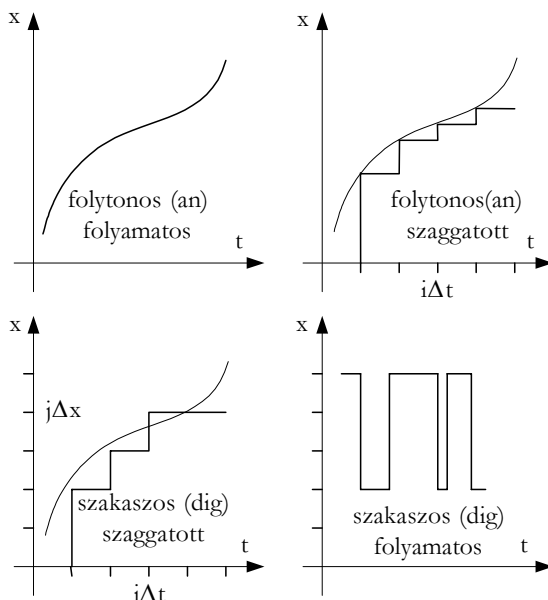
Az információ hordozója a jel, mely a konkrét fizikai folyamattól elvonatkoztatott, absztrakt fogalom.

Jel alatt valamely fizikai mennyiség olyan értékét, vagy értékváltozását értjük, mely információ szerzésére, továbbítására, vagy tárolására alkalmas.

A jel megadható egy $x=x(t)$ időfüggvénnyel, melynek $t_0 \leq t \leq t_1$ értelmezési tartománya lehet véges vagy végtelen. A jeleket több szempont szerint lehet csoportosítani (2.1. ábra).

- **Értékkészlet szerint:**
 - **Folytonos.** Bármely értéket felvehet pl. $0 \dots 10V$ között.
 - **Szakaszos (amplitúdó-léptékezett).** Csak bizonyos meghatározott értékeket vehet fel (például az értékkészlet n -ed részének többszöröseit). Tulajdonképpen a digitalizálást takarja.
- **Időbeli lefolyás szerint:**
 - **Folyamatos.** Bármely időpontban változhat az értéke.
 - **Szagatott (időben léptékezett).** Csak meghatározott időpillanatokban (például mintavételezés időpontjában) változtathatja értékét.
- **Információ megjelenítés formája szerint:**
 - **Analóg.** Az információt a jelhordozó értéke közvetlenül képviseli (például a sebességmérő szenzor feszültségjele).
 - **Digitális.** Az információ diszkrét értékekben, számokká kódoltan áll rendelkezésre.

- **Érték meghatározottsága:**
 - **Determinisztikus.** Értéke meghatározott időfüggvénnyel adható meg. Lehet a ciklikus folyamatokra jellemző *periodikus* és az átmeneti folyamatokra jellemző *transziens* lefolyású.
 - **Sztochasztikus.** Szabálytalan lefolyású, értéke időfüggvénnyel nem, csak statisztikai módszerekkel adható meg. A jel statisztikai jellemzőitől függően lehet *stacionárius* vagy *instacionárius*. A sztochasztikus jelek lehetnek továbbá *ergodikusak* és nem *ergodikusak*.



2.1. ábra. Néhány tipikus jel

2.2. A jelek fontosabb jellemzői

Az alábbiakban kiszámítjuk az $x(t) = A \sin \omega t$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ függvénnyel megadható jel néhány fontosabb jellemzőjét.

Csúcsérték: $\hat{x} = \max(x)$
 $\hat{x} = A$

Számítási közép: $\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$

$$\bar{x} = A \frac{1}{T} \int_0^T \sin(\omega t) dt = \frac{A}{T} \left[-\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right]_0^T = 0$$

Négyzetes közép

$$\tilde{x} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

(Effektív érték,
RootMeanSquare)

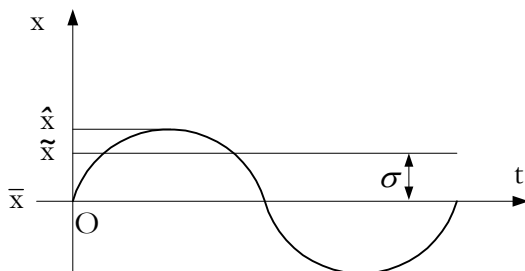
$$\tilde{x} = A \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} = A \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \underline{\underline{\frac{A}{\sqrt{2}}}}$$

Szórás:

$$\sigma_x = \left[\frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (A \sin \omega t - 0)^2 dt} = \underline{\underline{\frac{A}{\sqrt{2}}}}$$

Az imént kiszámított jellemzőket szinuszos jelre a 2.2. ábrán ábrázoltuk.



2.2. ábra

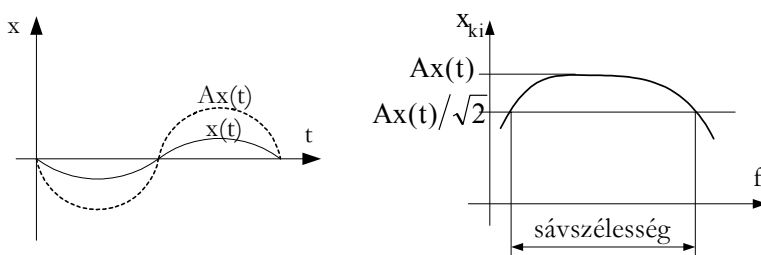
2.3. Jelformálás

A jelek közvetlenül ritkán értékelhetők, mert vagy a szintjük nem megfelelő, és/vagy zavarkomponenseket is tartalmaznak. Más esetekben a jelek kódolva vannak, ami kiértékelésüket nehezíti. A jeleket ezért céljainknak megfelelően formálni kell, hogy végső felhasználásra alkalmasak legyenek.

Az alábbiakban a jelek előzetes feldolgozásának néhány egyszerű módszerét ismertetjük a teljesség igénye nélkül.

2.3.1. Erősítés

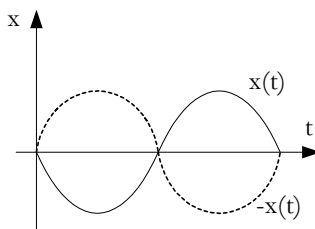
Az $x(t)$ jel amplitúdóját A -szorosára növeljük. Az erősítést többnyire műveleti erősítővel valósítjuk meg. Meg kell jegyeznünk, hogy a kimenő jel amplitúdója a jel frekvenciájától is függhet. Az erősítő sávszélessége azt a frekvenciasávot jelenti, melyen belül a kimenő jel $Ax(t)$ és $Ax(t)/\sqrt{2}$ között van (-3 dB), azonos amplitúdójú $x(t)$ bemenőjelet feltételezve.



2.3. ábra. Erősítés fogalma és erősítő sávszélessége

2.3.2. Invertálás (fázisfordítás)

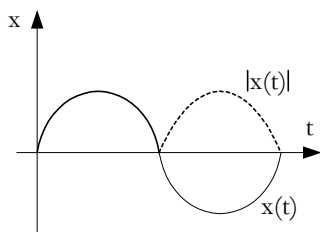
A jelet a vízszintes tengelyre tükrözzük, más szóval $A=-1$ -szeres erősítést végzünk.



2.4. ábra. Invertálás

2.3.3. Egyenirányítás

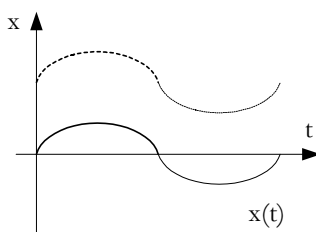
A pozitív és negatív értékeket tartalmazó jelből csak pozitív értékeket tartalmazó jelet állítunk elő többnyire diódát tartalmazó áramkörökkel. A 2.5. ábrán ún. *kétutas egyenirányítás* eredményét látjuk.



2.5. ábra. Egyenirányítás

2.3.4. Szinteltolás

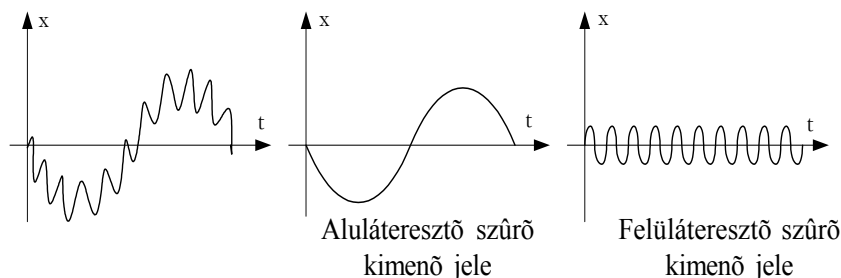
Bizonyos esetekben egy áramkör kimenőjele és az azt követő egység megengedett bemeneti jelszintje között szintkülönbség van, amit a jel eltolásával szüntethetünk meg. Ilyen esettel találkozunk akkor is, amikor egy jel egyenáramú összetevőjét kell leválasztanunk kondenzátor alkalmazásával.



2.6. ábra. Szinteltolás

2.3.5. Szűrés

A hasznos jelre sok esetben nagyfrekvenciás zavarjelek szuperponálódnak a környezeti zavarokból. Más esetben a hasznos jel kis frekvenciás jelen (pl. a hálózati 50Hz-es szinuszos zavarjelen) ül rajta. Amennyiben a hasznos és a zavarjel frekvenciája jól elkülönül, lehetőség van a zavarjel kiszűrésére. Első esetben (2.7. ábra) aluláteresztő szűrőt alkalmazunk, mely a hasznos alacsonyfrekvenciás jelet átengedi, a nagyfrekvenciás zavarjelet kiszűri. Második esetben a kisfrekvenciás jelkomponenst szűrjük ki a jelből.



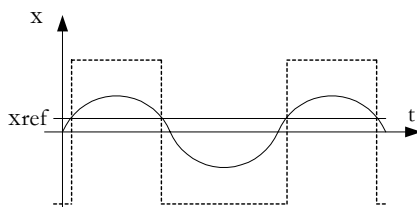
2.7. ábra. A zavarkomponens kiszűrése

Amennyiben a zavarjelek a frekvenciaspektrum nagy részét lefedik, sávszűrő alkalmazásával egy szűk frekvenciatartományba eső (hasznos) jelek megtarthatók, a sávon kívül eső frekvenciakomponensek kiszűrhetők.

Korrelációs számítással periodikus jelösszetevőt tudunk kimutatni igen zajos jeltől, ha a zajjel sztochasztikus.

2.3.6. Komparálás

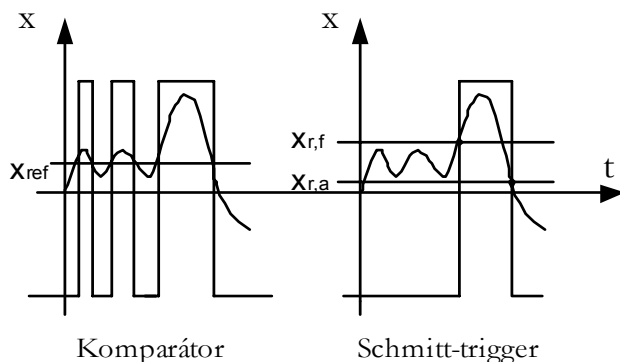
Jelszintek összehasonlítására szolgáló eljárás. Egy analóg jelről kell eldönteni, hogy értéke egy megadott szintnél kisebb, vagy nagyobb. A komparátor átbillen, amint a vizsgált jel az adott x_{ref} szintet átlépi (2.8. ábra). Például egy szinuszos jel periódusainak megszámlálásához a jelet először négyeszőgesíteni kell, mielőtt az egy digitális számlálóba kerül.



2.8. ábra. Komparátor jelalakja

A komparálás csak „sima” jelen végezhető el eredményesen. Ha a jel zajos, akkor a komparátor a zaj hatására többször is átbillenhet, ami sok esetben kerülendő. A probléma egy holt sávval rendelkező komparátorral, az ún. Schmitt-triggerrel küszöbölhető ki (2.9. ábra). A Schmitt-trigger akkor billen pozitív irányba, mikor a jel az $x_{r,f}$ felső referenciaszint fölé kerül. Visszabillenés csak akkor következik be, mikor a jel az $x_{r,a}$ alsó referencia-

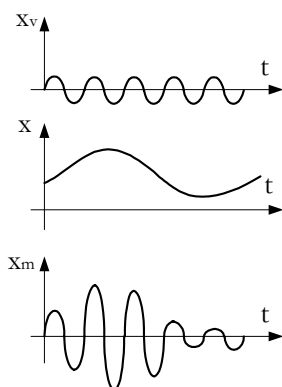
szint alá kerül. Amennyiben a zajjel amplitúdója kisebb a holtzónánál, a nemkívánatos átbillenések elkerülhetők.



2.9. ábra. Komparátor és Schmitt-trigger kimenő jele

2.3.7. Moduláció, demoduláció

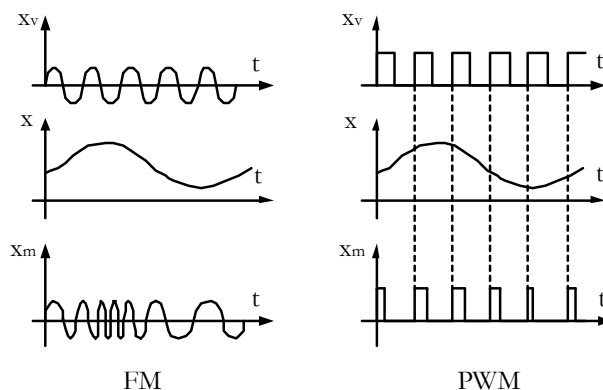
Egy állandó frekvenciájú szinuszos jel, az ún. x_v vivőjel amplitúdóját a hasznos $x(t)$ jel ütemében változtatva jutunk az amplitúdó modulált jelhez. Az amplitúdómoduláció (AM) a távközlésben, rádiótechnikában már régóta ismert. Hasonló jelenséggel találkozunk a kapacitív, vagy induktív szenzoroknál is. Például az indukтивitás változása az ω körfrekvenciájú szinuszos feszültséggel táplált tekercs $\Delta X_L = \Delta L \omega$ impedancia változását okozza, ami a tekercsen átfolyó áram amplitúdóját változtatja.



2.10. ábra. Amplitúdómoduláció

Az induktív szenzor amplitúdó modulált jeléből a hasznos információ kinyerése az ellentétes eljárással, a demodulációval történik.

Az amplitúdómoduláción kívül gyakran alkalmaznak a távközlésben frekvenciamodulációt (FM) a sokkal jobb hangminőség miatt, valamint impulzus szélesség modulációt (Pulse With Modulation, PWM) többek között motorok tápfeszültségének változtatására. Ezeknél a módszereknél a jel amplitúdója állandó, és vagy a vivőjel frekvenciája, vagy a négyszögjelek szélessége (kitöltési tényezője) változik.



2.11. ábra. Frekvencia és impulzusszélesség moduláció

2.3.8. Digitalizálás

A jelek elsődlegesen analóg természetűek, mivel a természeti jelenségekben folytonos változások mennek végbe. A mechatronikai berendezések irányítása azonban szinte kizárólagosan digitális elven működő mikroszámítógépekkel történik, ezért az analóg jeleket digitális alakra kell hozni. A digitalizált jel egysége a bit, mely két értéket, 0-t és 1-et vehet fel. (Szokás L=low és H=high logikai szinteknek is nevezni.)

A digitális jel (szám) kettes alapú számrendszerben a következő alakú:

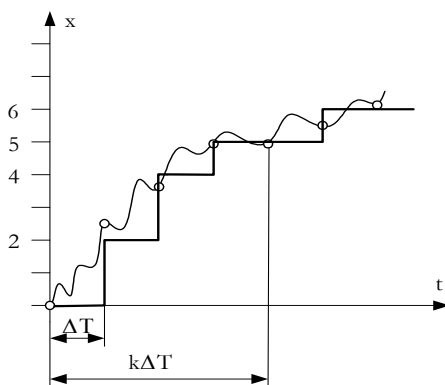
$$a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \dots + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0,$$

ahol az a_i együtthatók lehetséges értéke 0 vagy 1.

Például $19 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$, vagyis $19_{10} = 10011_2$.

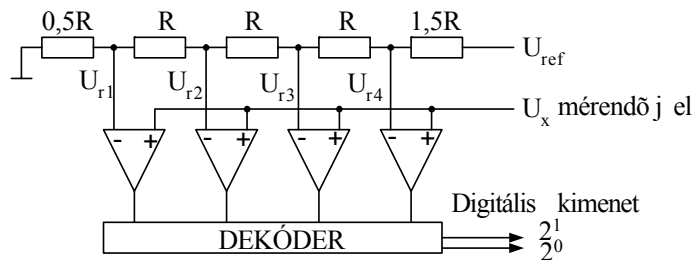
A gyakorlatban az A/D konverzió során a jel értékészletét $N=2^n$ egyenlő részre osztják. A felosztás finomításával – és a mintavétel idejének csökkentésével – a digitális jel egyre jobban követi az analóg jelet. A felosztást azonban értelmetlen a jel zajösszetevőjénél finomabbra választani, hiszen ekkor már a hasznos jelről nem kapunk több információt, csak a zajt digitalizáljuk. Az N értéke célszerűségi okokból 2 egész számú hatványa. Az n hatványkitevő jelenti, hogy hány bites az átalakító. A 2.12. ábrán $8=2^3$, tehát az átalakító 3 bites.

A digitalizálás során a digitalizálandó jelből bizonyos ΔT időnként mintát vesznek egy ún. *nulladrandú mintavevő-tartó* (Zero Order Sample&Hold) egységgel (karikával jelölve a mintavételezett értékeket), majd a mintavett értéket a hozzá legközelebb álló diszkrét értékre kerekítik (kvantálják). Az így előállt digitális jellel aztán tetszés szerinti numerikus és logikai műveletek végezhetőek.



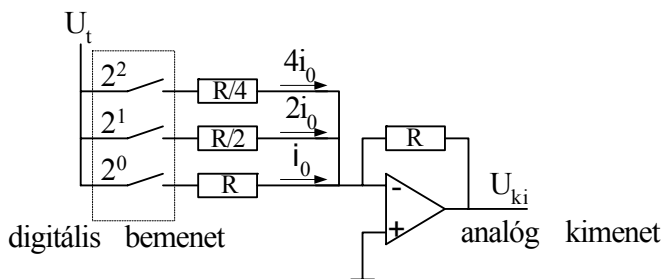
2.12. ábra. Analóg jel digitalizálása

Az A/D átalakítók sok fajtája közül a leggyorsabb ún. flash-típusú átalakító elvi működését mutatjuk be. A mérendő jelet a kvantálási szintekkel külön-külön, de egy időben hasonlítjuk össze. A kvantálási szinteket feszültségosztóval állítjuk elő. A dekóder áramkör az egyes komparátorok kimeneteinek logikai feldolgozásával állítja elő a digitális kimenőjelet.



2.13. ábra. A/D átalakító

Az A/D konverzió ellentettje a D/A konverzió, mikor a számítógép által feldolgozott digitális jelet például a motorok számára vissza kell alakítani analóg jellé. A 2.14. ábrán műveleti erősítő összegző kapcsolásával megvalósított D/A átalakítót láthatunk. Az egyes bitek súlyozását R , $R/2$, $R/4$, $R/8$ stb. ellenállás-hálózat valósítja meg.



2.14. ábra. D/A átalakító

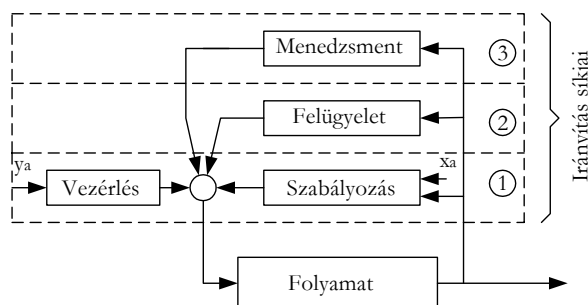
3. Mechatronikai berendezések irányítási rendszere

A korszerű berendezések önműködő működéséről az irányítási rendszer gondoskodik. Az irányítási rendszer több síkon (szinten) valósul meg (3.1. ábra).

3.1. Az irányítási rendszer szintjei

Az irányítási rendszer alsó szintjei gyorsan reagálnak a bemenetekre és helyileg hatnak. A gyakran ismétlődő rutinfeladatokat látják el. Az emberi szervezetben például a test hőmérsékletének állandó értéken tartása, vagy a légzést fenntartó vegetatív idegrendszer játszik hasonló szerepet.

A magasabb szintek lassabban reagálnak a bemenetekre, de globálisan, az egész rendszerre kiterjedően hatnak. A gondolkodást igénylő folyamatokhoz hasonlítható a szerepük.



3.1. ábra. Az irányítási rendszer szintjei

Az egyes síkok feladatai a következők:

1. sík: Vezérlés, szabályozás, visszacsatolás a stabilitási, vagy csillapítási tulajdonságok javítása érdekében.
2. sík: Felügyelet vészjelzés adással, felügyelet automatikus védelemmel, felügyelet hibadiagnosztikával, felügyelet redundáns (tartalék) rendszerre való átkapcsolással.
3. sík: Alrendszerek összehangolása, optimalizálás (hatásfok, kopás, zaj, emisszió), általános menedzsment feladatok (környezetbe való alkalmazkodás, tervezés)

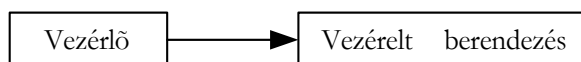
A következő részben csupán a legelső, hagyományosan alkalmazott 1. irányítási szinttel foglalkozunk részletesebben.

3.2. A vezérlési/szabályozási szint

A vezérlési / szabályozási szint, mint neve is mutatja, a vezérlést és a szabályozást foglalja magában. Bonyolultabb berendezésekben egyidejűleg mindkét irányítási fajta megtalálható. Egyszerűbb esetekben vagy csak vezérlés, vagy csak irányítás fordul elő.

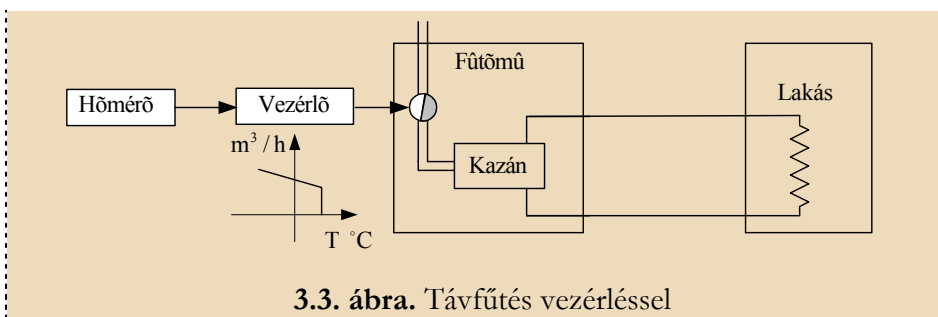
3.2.1. Vezérlés

Vezérlésről beszélünk, ha a folyamatról szerzett információ alapján beavatkozunk a folyamatba, de az irányított jellemző alakulása nem hat vissza a vezérlő berendezésre. A vezérlés hatáslánca nyitott (3.2. ábra).



3.2. ábra. Vezérlés hatáslánca

Példaként tekintsük a lakótelepek távfűtési rendszerét (3.3. ábra). A külső hőmérséklet függvényében előírt mennyiségű fűtőanyagot égetnek el a fűtőműben. A vezetőjel a külső hőmérséklet, mely alapján a vezérlő berendezés meghatározza a rendelkező jelet, a fűtőműben óránként elégetendő fűtőanyag tömegét. Az irányítási feladat végső célját, az egyes lakások belső hőmérsékletét (az irányított jellemzőt) azonban nem mérjük, az irányított jellemző nem hat vissza a fűtőmű működésére. A lakások hőmérséklete mégis megfelelő módon alakul, természetesen csak ha minden, a hőmérsékletre kiható tényező előre pontosan számításba van véve: a lakásokban elhelyezett radiátorok mérete a lakás nagyságának, hőtani adatainak megfelelően van méretezve, a csövek keresztmetszete nem csökkent le stb. Ha azonban valaki nyitva felejt az ablakot egy lakásban (előre számításba nem vett zavarás), akkor annak a lakásnak a hőmérséklete lecsökken.



A vezérlések között az alábbi eseteket különböztethetjük meg:

- a) **Védelmek.** A legegyszerűbb vezérlések. Például a lakásokban található „kismegszakító” zárlat esetén automatikusan megszakítja a villamos áramkört.
- b) **Követő vezérlés.** A vezérelt berendezés (folyamat) valamely jellemzőjét egy másik jellemző függvényében változtatjuk. Példaként szolgálhat az előbb bemutatott távfűtés esete, vagy egy másolómaró.
- c) **Programvezérlés.** A vezérlés programját ipari körülmények között speciális számítógépben, PLC-ben tárolják (Programmable Logic Controller). A programvezérlés két fajtáját különböztetjük meg:
 1. **Időterv-vezérlés.** A beavatkozás meghatározott időfüggvény szerint történik. Hasonló, mint a követő vezérlés, ha vezetőjelként időprogramot alkalmazunk. Például az automata mosógépek a mosási, öblítési, centrifugálási lépések hosszát időprogramban tárolják.
 2. **Lefutó vezérlés.** A folyamat újabb szakaszai akkor kezdődhetnek, ha az előző szakasz befejeződött. Például az előbbi mosógépnél a víz fűtése akkor kezdődhet, ha a tartály teljesen megtelt vízzel. A mosás akkor indulhat, ha a víz felmelegedett stb. A mosógép működése tehát az időterv és a lefutó vezérlés kombinációján alapul.

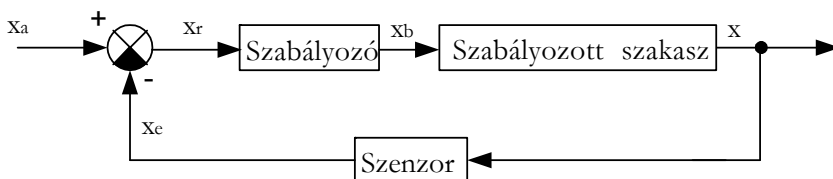
3.2.2. Szabályozás

Az irányított jellemző előírt, illetve pillanatnyi értékének különbségétől függően avatkozunk be az irányítani kívánt folyamatba. Szabályozásnál az irányított jellemző visszahat az irányításra, ezért a szabályozás hatáslánca zárt.

A szabályozás alapvetően abban különbözik a vezérléstől, hogy a szabályozott jellemző vissza van vezetve a bemenetre („visszacsatolás”). A szabályzó kör egyszerűsített felépítését arra az esetre mutatjuk be, mikor nem egy összetett folyamatot, hanem csupán egy aktuátort kell szabályoznunk (3.4. ábra).

A szabályzó kör ebben az esetben a következő részekből áll:

- a szabályozni kívánt berendezés (jelen esetben maga az aktuátor), amit általánosítva *szabályozott szakasznak* neveznek
- a *szabályozó* berendezés, mely a szabályozott szakasz irányítására szolgál x_b *beavatkozó jelet* állítja elő, beleértve a szükséges teljesítményerősítést is. A klasszikus analóg szabályzó a rendelkező jelet erősíteni (P), idő szerint integrálni (I) és differenciálni (D) tudja.

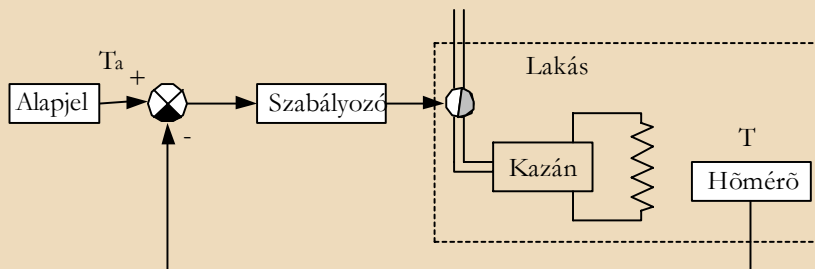


3.4. ábra. Szabályzó kör felépítése

- szenzor*, mely a szabályozott szakasz x *szabályozott jellemzőjét* méri és az arányos, általában villamos x_c *ellenőrző jelet* szolgáltat.
- különbségképző*, mely az alapjel és az ellenőrző jelet különbségét képezve az x_r *rendelkező jelet* állítja elő a szabályozó részére.

Az x_a *alapjel* az az általunk előírt jel, mellyel arányos kimenőjelet szeretnénk elérni a szabályozni kívánt berendezés kimenetén. Ha az alapjel állandó (pl. a fűtés termosztáton beállított hőmérséklet), akkor *értéktartó szabályzásról*, ha pedig előírt törvény szerint változik (pl. másoló maró), akkor *követő szabályzásról* beszélünk.

Példának tekintsük az egyedi fűtésű lakások hőmérséklet-szabályozó rendszerét (3.5. ábra). A termosztát a beállított T_a hőmérsékletet (alapjel) összehasonlítja a lakás tényleges T hőmérsékletével (szabályozott jellemző), és a különbségi jel előjelétől függően parancsot ad a beavatkozásra, a fűtőanyag elégetésére. Ha most egy ablak nyitva marad, akkor a kazán több gázt éget ugyan el, de a lakásban a beállított hőmérséklet fennmarad.



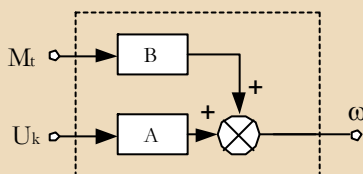
3.5. ábra. Lakás hőmérsékletszabályozása

A szabályozókör tagjainak tulajdonságait, azaz a kimenő- és bemenő jeleik kapcsolatát az idő tartományban általában differenciálegyenlet írja le, mivel e tulajdonságok általában az időtől is függenek. A szabályzási körben általában sorosan kapcsolódó tagok – mint jelen esetben a szabályzó és a szabályozott szakasz – eredő viselkedését leíró összefüggés idő tartománybeli meghatározása nehéz, ezért a differenciálegyenleteket szokás ún. *Laplace-transzformációval* az operátor tartományba transzformálni. Az ún. operátor tartományban az eredő átviteli függvény a tagok átviteli függvényeinek a szorzata lesz, ami egyszerűen meghatározható. Mivel azonban tanulmányaink elején a matematikai ismereteink sem a differenciálegyenletek megoldását, sem a *Laplace-transzformáció* alkalmazását nem teszik lehetővé, ezért a szabályzókör működését egyelőre csak az állandósult állapot meghatározására tudjuk bemutatni. Ez esetben a szabályzókör tagjainak tulajdonságait, azok kimenetének és bemenetének arányát, egyszerű valós számok jellemzik.

A következőkben bemutatásra kerülő példa egy DC motor fordulatszám stabilizálása, más szóval értéktartó szabályozása. Az a feladatunk, hogy a motor állandósult fordulatszámát tartsuk előírt értéken, függetlenül a zavaró hatásoktól. Ez a szabályzási fajta az ún. *értéktartó szabályzás*. Esetünkben zavarásként a motort terhelő M_t nyomatékot tekintjük. Későbbi tanulmányainkban látni fogjuk, hogy egy állandó gerjesztésű DC motor statikus működését az

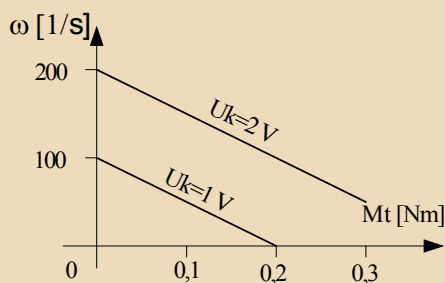
$$\omega = A \cdot U_k + B \cdot M_t \quad (3.1)$$

összefüggés írja le. A motor szögsebessége az U_k kapocsfeszültség és az M_t terhelőnyomaték lineáris függvénye. Blokkdiagramban való ábrázolása a 3.6. ábrán látható.



3.6. ábra. DC motor statikus viselkedésének blokkdiagramja

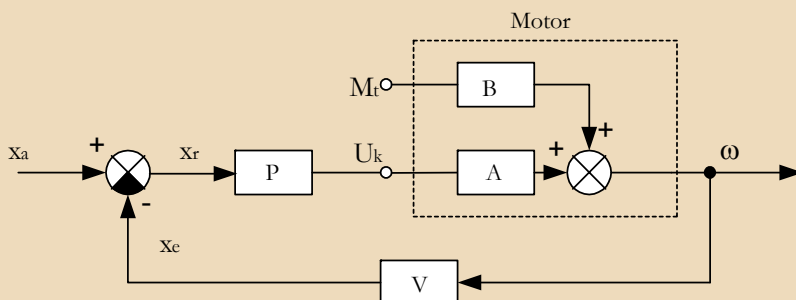
Esetünkben legyen $A=100$ [1/sV] és $B=-500$ [1/sNm]. A B együttható azért negatív, mert a fékező nyomaték értelemszerűen csökkenti a szögsebességet. A motor *szögsebesség-terhelőnyomaték* jelleggörbéit különböző kapocsfeszültségekre a 3.7. ábrán láthatjuk.



3.7. ábra. Állandó mágnesű DC motor statikus karakterisztikája.

Amint az a tapasztalattal is összhangban van, a motor szögsebessége az üresjárat szögsebességhez képest csökken, ha fékező nyomaték hat rá. A jelleggörbe erős lejtése arra utal, hogy a hajtás nem merev, már kis terhelőnyomatékváltozás is jelentős szögsebesség változást okoz. A motor vezérléssel való üzemeltetése tehát nem lenne megfelelő egy magnóban, mert a szalag váltakozó súrlódásának hatására a motor szögsebessége is erősen ingadozna, a magnó „nyávogna”. A magnó közvetlen vezérlése helyett próbálkozzunk szabályzással. A motort a 3.8. ábrán látható szabályzókörbe helyezzük. Magát a motort, mint két bemenetű elemet szaggatott vonallal jelöltük. A szögsebességet mérő szenzort, ami egy tachométer generátor is lehet, jellemezze $V=0,01$ V/(1/s) tényező, ami azt jelenti, hogy a

motor $\omega=1$ (rad/s) szögsebessége esetén $x_c=0,01$ V feszültséget ad. A szabályzó az egyszerűség kedvéért legyen arányos (proporcionális), amit egy P erősítési tényezőjű villamos erősítő valósít meg. A szabályzási kör jelei, nevezetesen x_a , x_c , x_r , U_k mind feszültség dimenziójúak. Határozzuk meg a motor szögsebességének és terhelő nyomatékának kapcsolatát szabályozás esetén!



3.8. ábra. Szabályzó kör DC motor fordulatszámának szabályozására.

A szögsebesség összefüggését egyszerűen megkapjuk, ha a követjük hatásvázlat által kijelölt műveleteket. A hatásvázlat jobb oldalán jelölt szögsebesség két részből tevődik össze: az x_a alapjel és az $x_c=V\omega$ ellenőrző jel különbsége először a P -szeres erősítés után az A -szorosára nő és bejut egy összegzőbe. Itt hozzáadódik az M_t zavarójel B -szerese. Képlettel felírva:

$$\omega = (x_a - V\omega)PA + BM_t \quad (3.2)$$

Innen a motor szögsebességét kifejezhetjük:

$$\omega = \frac{PA}{1 + PAV} x_a + \frac{B}{1 + PAV} M_t \quad (3.3)$$

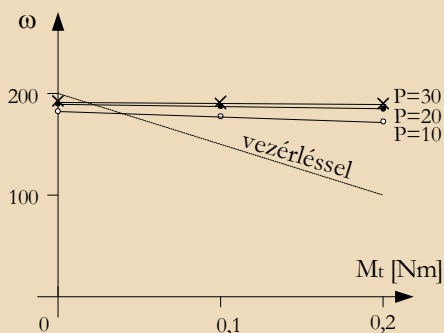
A szabályzás tulajdonságainak kvalitatív vizsgálatához egy táblázatot készítünk, ahol különféle P szabályozó beállításoknál és terhelő nyomatékoknál kiszámítjuk a motor szögsebességét. A lényegét szem előtt tartva, az alapjel legyen minden esetben $x_a=2$ V (3.1. táblázat)

Ha a 3.1. táblázat adatait közös ábrába rajzoljuk, akkor szembevető eltérést kapunk a vezérlés és a szabályozás között (3.9. ábra). Míg szabályozás nélkül a karakterisztika erősen lejt, addig szabályzásnál az egyenesek a

P erősítés növelésével a vízszinteshez közelednek, a szögsebesség alig változik a terhelő nyomaték függvényében.

3.1. táblázat

P	M_t [Nm]	ω [1/s]
10	0	181,8
	0,1	177,3
	0,2	172,7
20	0	190,5
	0,1	188,1
	0,2	185,7

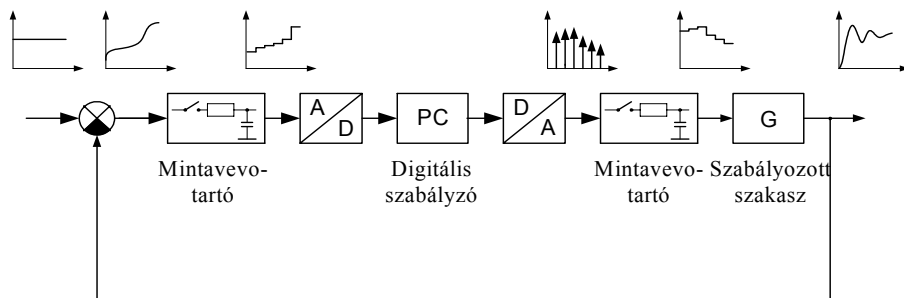


3.9. ábra. A szögsebesség változása vezérlés és szabályozás esetén.

Ugyanakkor az is megfigyelhető, hogy míg a motor egyszerű vezérlésekor üresjáratban a célul tűzött $\omega=200$ 1/s szögsebességgel forog, addig szabályzás esetén ezt a szögsebességet még üresjáratban sem éri el. Ez a tulajdonság alapvető lényege a szabályzásnak, ami mindig csak szabályzási eltéréssel működik. Érdeemes megfigyelni, hogy P növelésével a szabályzási eltérés egyre csökken, azaz a motor szögsebessége üresjáratban közeledik 200 1/s-hoz. Felmerülhet a kérdés, hogy akkor miért nem növeljük P értékét még jobban, ha az a merevségre és a szabályozási eltérésre is kedvező hatással van? Nos, a P erősítés minden határon túli növelésének általában a rendszer stabilitása szab korlátot. A stabilitás elvesztésekor a rendszer tartósan lengésbe jön, ami a működését lehetetlenné teszi. Ilyen eset fordul elő, mikor az énekes az erősítőt túl hangosra állítja, és az sípolni kezd.

3.2.3. Digitális szabályozás

A mechatronikai berendezések irányítása kizárólag digitális rendszerű, ezért röviden szólnunk kell a digitális szabályzásról is. A szabályzó kör felépítése első ránézésre megegyezik a klasszikus szabályzórendszer felépítésével, a különbség a szabályzó egység digitális működési elvéből fakad (3.10. ábra).



3.10. ábra. Digitális szabályzó kör felépítése

A szabályzó egy mikroszámítógép, mely természetesen csak digitális jelet tud fogadni és kibocsátani, ezért ha a szenzorok analóg kimenetűek, akkor azok analóg jelét egy A/D *analóg-digitál konverterrel* digitális jelekké kell átalakítani. A digitalizáláshoz az analóg jelből ΔT időnként egy *mintavevő-tartó* (Sample and Hold) egység mintákat vesz. Ezt követően a mikroszámítógép már képes a számításokat elvégezni: a rendelkező jelből egy beprogramozott algoritmus alapján numerikusan kiszámítja a szabályzó jelet. Mivel tetszés szerinti bonyolultságú programokkal nagyon változatos szabályozási stratégiák valósíthatók meg, a digitális szabályzás lehetőségei messze meghaladják a klasszikus analóg PID (proporcionális-integráló-differenciáló) szabályzó képességeit. További előnye a digitális szabályzásnak, hogy a szabályzási algoritmusok egyszerű átprogramozással könnyen módosíthatók és a megváltozott igényekhez illeszthetők. A szabályzó digitális kimenő jelét általában egy D/A konverterrel vissza kell alakítani analóg jellé. (Kivételt képeznek a digitális bemenetű aktuátorok, mint pl. a léptetőmotor).

3.2.4. A vezérlés és a szabályozás összehasonlítása

A vezérlés és a szabályozás fontosabb tulajdonságait az alábbi táblázatban foglaltuk össze:

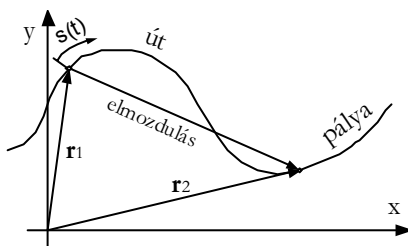
Jellemző	Vezérlés	Szabályozás
Hatáslánc	Nyitott	Zárt
Írányítási eltérés	Nincs ✓	Van
Írányított folyamat ismerete	Szükséges	Részben szükséges ✓
Megengedett zavarás	Előre figyelembe vett	Tetszőleges ✓
Stabilitási probléma	Nincs ✓	Van
Költség, bonyolultság	Kisebb ✓	Nagyobb

4. A mechatronika mechanikai alapjai

4.1. Kinematikai alapok

A mechatronikai berendezések a befektetett energia átalakításával, erők és nyomatékok közvetítésével mozgásokat hoznak létre. A dinamikai alapfogalmak ismerete ezért már a mechatronikai tanulmányok kezdetén is elengedhetetlen. A következő részben a már középiskolából is ismert fogalmak felelevenítésével foglalkozunk.

A test (tömegpont) kötött mozgásnál egy előírt görbén, a pályán mozog, melynek a vizsgálat alatt befutott szakaszát útnak nevezzük. A mozgás két végpontját összekötő vektor az elmozdulás.



4.1. ábra. Pálya, út, elmozdulás

A pálya lehet egyenes vagy görbe. A görbe vonalú pályák közül a körpálya bír a legnagyobb jelentőséggel.

4.1.1. Egyenes vonalú mozgás

a) Út

A mozgás során a test által befutott út az idő függvényében változik: $s=s(t)$.

b) Sebesség

A mozgás átlagos „iramára” az átlagsebesség ad felvilágosítást, mely hosszabb időszakasz alatt befutott út és a közben eltelt idő hányadosa:

$$v_{\text{átl}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (4.1)$$

A haladó mozgás sebessége pillanatról pillanatra változhat. A pillanatnyi sebességhez úgy jutunk, hogy nagyon kicsiny időszakasz alatt mérjük az elmozdulást és úgy képezzük az elmozdulás és az idő hányadosát. Matematikailag ez azt jelenti, hogy a $\Delta t \rightarrow 0$ határátmenetet képezzük. A (pillanatnyi) sebesség abszolút értéke az út-idő függvény idő szerinti első deriváltjaként számítható:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds(t)}{dt} \quad \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.2)$$

A sebesség vektormennyiség, iránya egyenes vonalú mozgásnál a pálya \underline{e} irányával egyezik meg: $\underline{v} = v\underline{e}$.

Szokásos az idő szerinti deriválást „felül ponttal” jelölni: $v = \dot{s}$.

c) Gyorsulás

A haladó mozgás sebességének változását a gyorsulás írja le, mely a sebesség-idő függvény idő szerinti első deriváltja:

$$\underline{a} = \frac{d\underline{v}(t)}{dt} = \frac{d^2s(t)}{dt^2} \quad \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \quad (4.3)$$

Egyenes vonalú mozgásnál a gyorsulás is a pálya érintőjének irányába mutat.

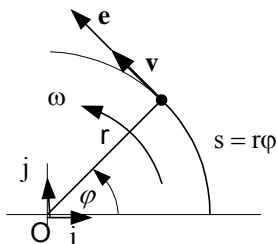
Amennyiben a gyorsulás állandó, a mozgást *egyenletesen változó mozgás*-nak hívjuk. Ekkor használhatjuk a középiskolában megtanult összefüggéseket az út és a sebesség meghatározására:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ s &= v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.1.2. Tömegpont körmozgása

a) Elfordulási szög

A tömegpont r sugarú körpályán mozog. A tömegpont helyzetét vagy egyszerűen a $\varphi(t)$ elfordulási szöggel, vagy a befutott $s=r\varphi(t)$ ívhosszal (ívkoordinátával) adjuk meg.



4.2. ábra. Kerületi sebesség

Kinematikai számításoknál a szögelfordulást ún. „ívmértékben” mérjük. Egy körcikk középponti szöge a körcikk s ívhosszának és a kör sugarának hányadosa:

$$\varphi = \frac{s}{r} \quad (4.5)$$

A szögelfordulás egysége a radián. Egy radiános az a szög, melynek r hosszúságú szögszáraihoz tartozó körív hossza szintén r .

Egy teljes körülfordulás ívmértékben kifejezett nagyságát a kör kerületének és sugarának hányadosaként számíthatjuk:

$$\varphi = \frac{s}{r} = \frac{2r\pi}{r} = 2\pi \quad (4.6)$$

A teljes körülfordulás fokban mérve 360° , ami ívmértékben kifejezve 2π radián, ezért $1 \text{ radián} = 360^\circ / 2\pi = 57,3^\circ$.

b) Kerületi sebesség, szögsebesség

A tömegpont körmozgásának „írányt” a kerületi sebesség abszolút értéke (ún. pályasebesség) adja meg, mely a befutott ívhossz idő szerinti első deriváltja:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(r\varphi)}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega \quad (4.7)$$

Az $\omega = d\varphi/dt$ deriváltat a szögsebesség abszolút értékének nevezzük. A szögsebesség vektormennyiség, vektora a forgás síkjára merőleges. Az ábra jelöléseivel $\underline{\omega} = \omega \underline{k}$, ahol \underline{k} a forgás síkjára merőleges egységvektor. A szögsebesség mértékegysége rad/s, illetve 1/s.

Sok esetben, mikor a forgás tengelye egyértelmű és állandó helyzetű (ún. álló tengely körüli forgó mozgás) megelégszünk a szögsebesség abszolút értékének meghatározásával is. Általánosságban is megemlítjük, hogy egyértelmű és egyszerű esetekben eltekintünk a vektoros tárgyalásmódtól.

A kerületi sebesség vektormennyiség, minden időpillanatban a körpálya $\underline{e} = -\sin \varphi \underline{i} + \cos \varphi \underline{j}$ érintőjének irányába mutat: $\underline{v} = r\omega \underline{e}$. Az \underline{e} egységvektor hordozza a kerületi sebesség irányát.

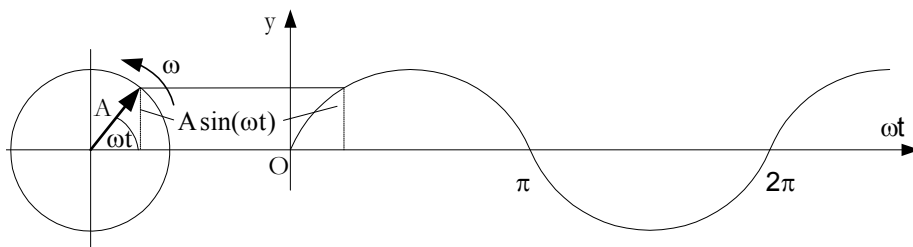
Példa. Mekkora annak az egyenletesen forgó motornak a szögsebessége, mely 2s alatt 30 fordulatot tesz meg?

A szögsebesség definícióját alkalmazva, figyelembe véve, hogy egyenletes mozgás esetén $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi}{t} = \frac{30 \cdot 2\pi}{2} = \underline{\underline{94,25 \text{ 1/s}}}$

A szögsebességnek nem csak a körmozgás jellemzésében van nagyon fontos szerepe, hanem a harmonikus (szinuszos, koszinuszos) periodikus jelek leírásában is.

A harmonikus függvényeket tekinthetjük ω körfrekvenciájú körmozgás vetületeként is. Az $y(t) = A \cdot \sin \omega t$ harmonikus jel *vetítő szögsebessége* annak a körbeforgó A amplitúdó-vektornak az ω szögsebessége, melynek függőleges vetülete maga a harmonikus jel (4.3. ábra).

Míg a mechanikai forgó mozgásnál ω -t *szögsebességnek* nevezünk, addig a harmonikus jel „szaporaságát” jellemző ω -t *vetítő szögsebességnek*, vagy *körfrekvenciának* nevezünk.

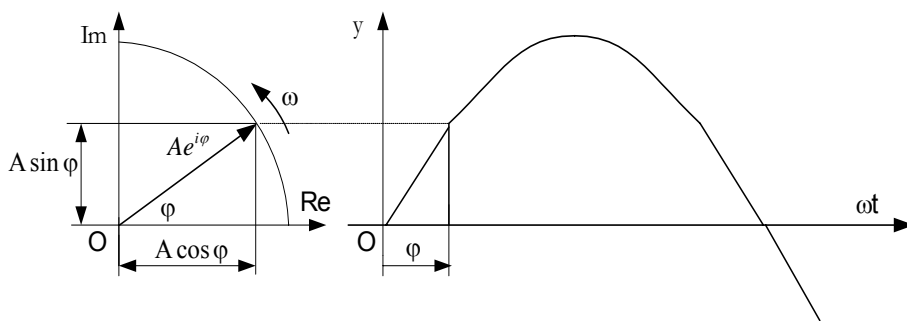


4.3. ábra. Harmonikus függvény, mint a forgó mozgás vetülete

Szokásos az időben szinuszosan változó jelet az egyszerűbb matematikai kezelhetőség érdekében komplex függvénnyel megadni a következőképp:

$$y(t) = \text{Im}(Ae^{i\varphi(t)}) = \text{Im}(Ae^{i\omega t}) = \text{Im}(A(\cos \omega t + i \sin \omega t)) = A \sin \omega t \quad (4.8)$$

Itt $i = \sqrt{-1}$ a képzetes egység. A komplex számsíkon az A abszolút értékű komplex számot ábrázoló vektor vízszintessel bezárt szöge $\varphi = \omega t$, vagyis a vektor ω szögsebességgel forog. A komplex szám képzetes részét (függőleges összetevőjét) tekintjük megoldásnak (4.4. ábra).



4.4. ábra. Az elmozdulás megadása komplex számmal

Az ω körfrekvencia nem tévesztendő össze az f (Hz) frekvenciával, mely periodikus folyamatok másodpercenkénti ismétlődésének számát adja meg. A körfrekvencia, frekvencia és periódusidő kapcsolata az alábbi:

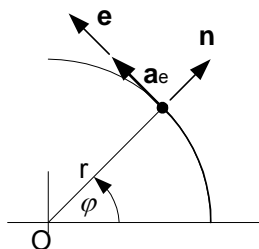
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (4.9)$$

c) Gyorsulás, szöggyorsulás

A kerületi sebesség iránya és nagysága az idő függvényében változik, azért a gyorsulás a szorzatfüggvény deriválási szabálya miatt a következő összefüggéssel számítható:

$$\underline{a} = \frac{d(r\omega \underline{e})}{dt} = r \underline{e} \frac{d\omega}{dt} + r\omega \frac{d\underline{e}}{dt} \quad (4.10)$$

Az első tag a sebesség abszolút értékének változását kifejező érintő irányú gyorsulás, mely érintő irányú (4.5. ábra):



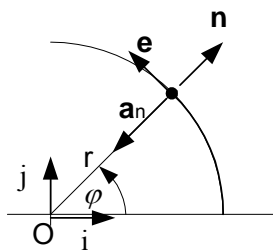
4.5. ábra. Körmozgás érintő irányú (tangenciális) gyorsulása

$$\underline{a}_e = r \varepsilon \underline{e} \quad (4.11)$$

Az összefüggésben szereplő $\varepsilon = d\omega/dt$ derivált a test szöggyorsulása. A szöggyorsulás mértékegysége rad/s^2 , vagy $1/\text{s}^2$.

A (4.10) kifejezés második tagja, a normál irányú (centripetális) gyorsuláskomponens, a sebesség irányának változásából származik és a körpálya középpontja felé mutat (4.6. ábra):

$$\underline{a}_n = r\omega \frac{d(-\sin\varphi \underline{i} + \cos\varphi \underline{j})}{dt} = r\omega(-\cos\varphi \underline{i} - \sin\varphi \underline{j})\omega = -r\omega^2 \underline{n} \quad (4.12)$$



4.6. ábra. Körmozgás normál irányú (centripetális) gyorsulása

Amennyiben körmozgásnál a kerületi sebesség nagysága is változik, akkor mindkét gyorsuláskomponens zérustól különböző értékű. A test gyorsulása a két gyorsuláskomponens vektori eredője.

Példa. Mekkora az $R=0,1$ m sugarú tárcsa kerületi pontjának gyorsulása az indulástól számított $0,5$ s múlva, ha a tárcsa 5 s alatt egyenletesen gyorsulva éri el a másodpercenkénti 50 fordulatszámot?

A tárcsa maximális szögsebessége

$$\omega_{max} = \frac{50 \cdot 2\pi}{5} = 62,8 \text{ 1/s}$$

A tárcsa szögsebessége $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ törvényszerűség szerint alakul egyenletesen változó mozgásnál. Innen a szöggyorsulás

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{62,8 - 0}{5} = 12,56 \text{ 1/s}^2.$$

A kerületi pont érintő irányú gyorsuláskomponense

$$a_e = R\varepsilon = 0,1 \cdot 12,56 = 1,256 \text{ m/s}^2$$

a normálirányú gyorsuláskomponens pedig

$$a_n = R\omega^2(t) = R(\omega_0 + \varepsilon t)^2 = 0,1(0 + 12,56 \cdot 0,5)^2 = 3,94 \text{ m/s}^2$$

A pont eredő gyorsulása

$$a = \sqrt{a_e^2 + a_n^2} = \sqrt{1,256^2 + 3,94^2} = \underline{\underline{4,14 \text{ m/s}^2}}$$

4.2. Kinetikai alapok

Minden dinamikus folyamat alapját Newton II. axiómája, a „dinamika alaptörvénye” jelenti, mely tömegpontra, haladó mozgás esetén

$$\sum \underline{F}_i = m\underline{a} \quad (4.13)$$

alakú. A II. axióma teremt kapcsolatot a mozgásállapot-változást okozó erő és a gyorsulás között. Az egyenlet bal oldalán a testre ható erők eredője áll. Amennyiben az eredő erő nem zérus, akkor a test \underline{a} gyorsulással mozog. Ha az eredő erő zérus, akkor a test egyensúlyban van és gyorsulása zérus. A zérus gyorsulás azt jelenti, hogy nem változik a test sebessége.

Álló tengely körül forgó merev testre a dinamika alaptörvénye, a „forgómozgás alapegyenlete”

$$\sum \underline{M}_i = J \underline{\varepsilon} \quad (4.14)$$

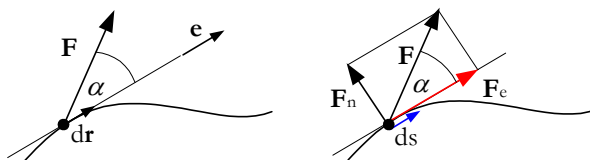
alakú. Forgó mozgásnál a gyorsulás szerepét a szöggyorsulás, a tömeg szerepét a J forgástengelyre számított tehetetlenségi nyomaték veszi át.

4.2.1. Munka

Az erő munkát végez, ha támadáspontja elmozdul.

A végzett munka az erővektor és az elmozdulás vektor skaláris szorzata

$$W = \int \underline{F} \cdot d\underline{r} \quad (4.7. \text{ ábra})$$



4.7. ábra. Erő munkavégzése

Kifejtjük a két vektor skaláris szorzatát és alkalmazzuk az $F_e = |\underline{F}| \cos \alpha$ és $d\underline{r} = \underline{e} ds$ valamint $|d\underline{r}| = ds$ összefüggéseket:

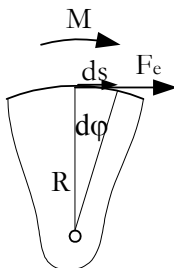
$$W = \int \underline{F} d\underline{r} = \int |\underline{F}| \cos \alpha |d\underline{r}| = \int F_e ds \quad \text{Nm, J} \quad (4.15)$$

A munka tehát az **elmozdulás** és az **erő elmozdulás irányú komponensének** szorzata, $W = \int F_e ds$

Az elmozdulás irányú erőkomponens és az elmozdulás értelmétől függően a munka előjele lehet pozitív, vagy negatív.

Fontos megjegyezni, hogy amennyiben az erő és támadáspontjának elmozdulása merőleges egymásra, nincs munkavégzés!

Nem csak erő, hanem nyomaték is végezhet munkát. Kis ideig minden mozgás elképzelhető forgó mozgásként is (4.8. ábra), ezért helyettesítsük



4.8. ábra. Nyomaték munkája

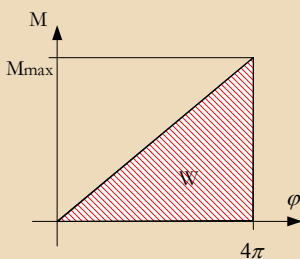
(4.15) összefüggésbe $F_e = M/R$ és $ds = R d\varphi$ képleteket. A nyomaték által végzett munka így

$$W = \int F_e ds = \int \frac{M}{R} R d\varphi = \int M d\varphi \quad (4.16)$$

Példa. Mekkora munkát végzünk, mikor egy csavart két teljes fordulat alatt nulláról $M_{\max} = 1,5$ Nm-ig lineárisan változó nyomatékkal húzunk meg?

Az elfordulási szög 4π radián. Az elfordulási szög függvényében változó nyomaték miatt a munkát integrálással kell meghatározni. Az integrálás geometriai jelentése szerint $\int M(\varphi) d\varphi$ az $M(\varphi)$ függvény alatti terület kiszámítását jelenti (4.9. ábra):

$$W = \frac{M_{\max} \varphi}{2} = \frac{1,5 \cdot 4\pi}{2} = \underline{\underline{9,42 \text{ Nm}}}$$



4.9. ábra. Munka meghatározása grafikus integrálással

4.2.2. Teljesítmény

Nem mindegy, hogy bizonyos munkát mennyi idő alatt tudunk elvégezni. Teljesítmény alatt az egységnyi idő alatt végzett munkát értjük. Az átlagteljesítmény a hosszabb idő alatt végzett munka és az idő hányadosa:

$$P_{\text{átl}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad W \quad (4.17)$$

A teljesítménynek is értelmezhető pillanatnyi értéke $P = \frac{dW(t)}{dt}$ alakban, mely haladó mozgásnál az erő és a pillanatnyi sebesség szorzata:

$$P = \frac{d}{dt} \int F_e ds = F_e v \quad (4.18)$$

Forgó mozgás pillanatnyi teljesítménye

$$P = \frac{d}{dt} \int M d\varphi = M\omega \quad (4.19)$$

a nyomaték és a pillanatnyi szögsebesség szorzata.

Példa. Mekkora az autó motorjának teljesítménye, ha $v=120$ km/h sebességgel haladva a közegellenállás 1100 N?

A teljesítmény (4.18) képletét alkalmazva haladó mozgásra

$$P = F_e v = 1100 \frac{120}{3,6} = \underline{\underline{36666}} \text{ W}$$

4.2.3. Mozgási energia

A testek sebességük révén képesek energiát tárolni. Írjuk át Newton II axiómáját a következő skaláris alakra, miközben a $v(s(t))$ függvény idő szerinti deriválásakor a közvetett függvény deriválási szabályát alkalmazzuk:

$$F_e = ma_e = m \frac{dv(s(t))}{dt} = m \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = mv \frac{dv}{ds} \quad (4.20)$$

A változókat szeparáljuk, majd mindkét oldalt integráljuk:

$$\int F_e ds = \int mv dv \quad (4.21)$$

Az integrálást 1 és 2 határok között elvégezve

$$W = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_2 - E_1 \quad (4.22)$$

adódik. Az összefüggés „munka-tétel” néven ismert és azt fejezi ki, hogy a vizsgált testre ható erők által végzett munka a test mozgási energiájának változását okozza.

Általánosságban az $\frac{mv^2}{2} = E$ tagot „mozgási energiának” nevezzük.

Forgó mozgásnál a mozgási energiát forgási energiának nevezzük és az

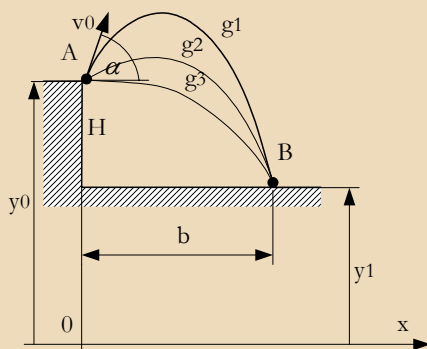
$$E_f = \frac{J\omega^2}{2} \quad (4.23)$$

összefüggéssel számítjuk, ahol J a forgó test forgástengelyre számított tehetetlenségi nyomatéka (például lendkeréknél $J = mR^2/2$).

4.2.4. Helyzeti energia (potenciál)

A Föld a testekre gravitációs erőt fejt ki anélkül, hogy érintkezne velük. A Földnek ún. gravitációs erőtere van.

Példa. Határozzuk meg a gravitációs erőter munkáját különböző, az A pontból v_0 kezdősebességekkel, különböző alkalmasan választott α_i szögek alatt elhajított golyókra, melyek mind a B pontba jutnak (4.10. ábra)!



4.10. ábra. Ferde hajítás

A ferde hajítást vízszintes és függőleges mozgásra bontva a következő skaláris egyenleteket kapjuk:

Vízszintes irányú egyenletes mozgás: $x_1 = x_0 + v_{0x}t$

$$b = (v_0 \cos \alpha)t \quad \rightarrow t = \frac{b}{v_0 \cos \alpha}$$

Függőleges irányú egyenletesen változó mozgás: $y_1 = y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$

$$y_1 = (y_1 + H) + (v_0 \sin \alpha)t - \frac{g}{2}t^2$$

Az idő behelyettesítésével:

$$y_1 = (y_1 + H) + (v_0 \sin \alpha) \frac{b}{v_0 \cos \alpha} - \frac{gb^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\rightarrow \left(\frac{gb^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - \frac{b \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = H \quad (4.24)$$

A kapott (4.24) összefüggésnek kell teljesülnie ahhoz, hogy az elhajított test áthaladjon a B ponton. Erre a zárójelbe tett összefüggésre még szükségünk lesz a továbbiakban.

Számítsuk ki az erőter által végzett munkát v_0 kezdősebességű és α hajlásszögű ferde hajtás esetén az A és B pont között a munkatétellel! A $W=E_1-E_0$ összefüggést alkalmazva a következő egyenletet kapjuk:

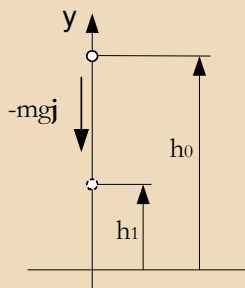
$$W = \frac{m}{2}v_1^2 - \frac{m}{2}v_0^2 = \frac{m}{2} \left[(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - g \frac{b}{v_0 \cos \alpha})^2 \right] - \frac{m}{2}v_0^2 =$$

$$= mg \left(\frac{gb^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - \frac{b \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = mgH$$

Az utolsó zárójelben éppen a B ponton való áthaladás (4.24) feltétele áll. A levezetés eredményéből fontos következtetést vonhatunk le:

A nehézségi erőter által végzett munka csak a kezdő és végpont magasságkülönbségétől függ, a pályagörbe alakjától nem! Az ilyen tulajdonságú erőteret konzervatív erőternek nevezzük. Konzervatív erőternek létezik a $dU = -dW$ összefüggéssel definiált potenciálja, ahol dW az erőter által végzett munka.

Példa. Egy $G=mg=10\text{N}$ súlyú testet magára hagyva a nehézségi erőter a $h_0=3\text{m}$ magasságú A pontból a $h_1=1\text{m}$ magasságú B pontba mozgatja (4.11. ábra). Mekkora az erőter potenciáljának változása?



4.11. ábra. Potenciálváltozás szabadesés során

A két pont közötti potenciálkülönbség a térerő negatív munkájaként számítható:

$$U_1 - U_0 = - \int_{h_0}^{h_1} (-mg \underline{j})(d\underline{y} \underline{j}) = mg(h_1 - h_0) = -20Nm$$

A potenciál megváltozása negatív, tehát a test potenciálja (helyzeti energiája) csökkent.

4.2.5. A térerő és a potenciálfüggvény kapcsolata

Ha az erőtér által kifejtett $F=F(x)$ erő függ a helytől, akkor a potenciál változása

$$U = -W = - \int F(x) dx \quad (4.25)$$

lesz. Mindkét oldalt az elmozdulás szerint deriválva nyerjük az erőtér által x irányba kifejtett erőt:

$$F_x = - \frac{dU}{dx} \quad (4.26)$$

Amennyiben az erőtér által kifejtett erő nem csak x , hanem y és z koordinátáktól is függ, az egyes koordináta-irányokba kifejtett erőt hasonló módon nyerjük. Az eredő erő

$$\underline{F} = - \left(\frac{dU}{dx} \underline{i} + \frac{dU}{dy} \underline{j} + \frac{dU}{dz} \underline{k} \right) = - \left(\frac{d}{dx} \underline{i} + \frac{d}{dy} \underline{j} + \frac{d}{dz} \underline{k} \right) U = - \nabla U$$

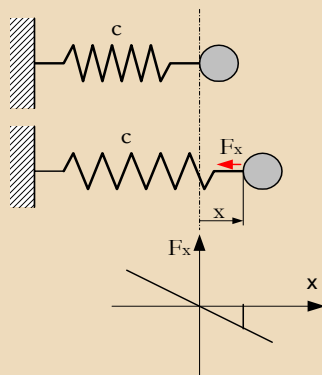
A zárójelbe tett kifejezést nabla-operátornak (∇) hívják. Az egyenlet $\underline{F} = -\nabla U$ alakban is írható. Az imént bemutatott elv gyakorlati alkalmazása nagy jelentőségű, mert például az elektromágnesek által kifejtett erőt a mágneses erőtér potenciálfüggvényéből számítjuk.

Példa. Rugó erőterének potenciálfüggvénye $U(x) = \frac{cx^2}{2}$ alakú, ahol c a rugómerevség, x a rugó hosszváltozása. Határozzuk meg a rugó által kifejtett erőt a rugó tetszőleges x hosszváltozásnál!

A rugó erőterének potenciálfüggvénye egyváltozós (csak x -től függ), ezért

$$F_x = -\frac{dU(x)}{dx} = -\frac{c}{2}2x = -cx$$

A rugó (erőtere) tehát a rugó megnyúlásával arányos, azzal ellenkező értelmű erőt fejt ki a testre.



4.12. ábra. Rugó által kifejtett erő.

4.2.6. A mechanikai energia megmaradásának elve

Alkalmazzuk a potenciál definíciós egyenletében a térerő munkájának kiszámításakor a munka-tételt:

$$dU = -dW = -dE$$

Integrálva mindkét oldalt

$$U_1 - U_0 = -(E_1 - E_0)$$

adódik, aminek átrendezésével a mechanikai energia megmaradásának ismert összefüggését nyerjük:

$$E_1 + U_1 = E_0 + U_0 = \text{állandó} \quad (4.27)$$

Konzervatív erőterben a test mozgási és helyzeti (potenciális) energiájának összege bármely pontban állandó, amennyiben más (a konzervatív erőterhez nem tartozó, például súrlódó) erő nem hat a testre.

Példa. Függőlegesen $v_0=30$ m/s kezdősebességgel fellövünk egy petárdát. Mekkora magasságig emelkedik, ha a közegellenállást elhanyagolhatjuk?

Ilyen feltételezés mellett csak a nehézségi erőter hat a testre. Válasszuk a potenciális energiát zérusnak az alapszinten. A pálya tetőpontjában viszont a test mozgási energiája lesz zérus. Az energia megmaradás elvét alkalmazva

$$0 + mgh_1 = \frac{mv_0^2}{2} + 0$$

ahonnan

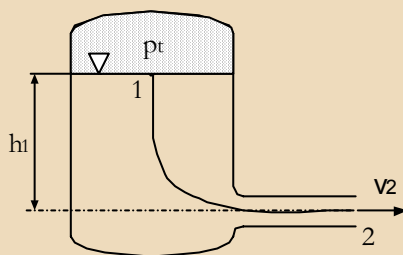
$$h_1 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{30^2}{20} = \underline{\underline{45}} \text{ m}$$

Az energia megmaradásának elvét veszteség nélküli, stacioner folyadékos rendszerekre a Bernoulli-egyenlet fejezi ki, mely

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{állandó} \quad (4.28)$$

alakban írható fel.

Példa. Egy $p_t=2 \cdot 10^5$ Pa túlnyomású tartályban 1 m magas a vízszint (4.13. ábra). Mekkora a kiáramló víz sebessége, ha az áramlási veszteségektől eltekintünk?



4.13. ábra

A következő értékeket helyettesítjük a Bernoulli-egyenletbe: $p_1 = p_t + p_0$, $v_1 = 0$, $h_1 = 1$ m, $p_2 = p_0$, $h_2 = 0$.

Az 1 és 2 pontra felírjuk az energiák egyenlőségét:

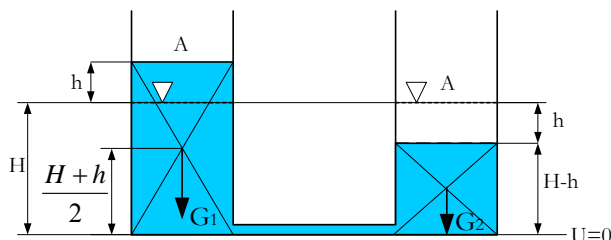
$$\frac{p_t + p_0}{\rho g} + \frac{0}{2g} + h_1 = \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + 0.$$

Innen a keresett kiömlési sebesség

$$v_2 = \sqrt{2gh_1 + \frac{2p_t}{\rho}} = \sqrt{20 + \frac{4 \cdot 10^5}{1000}} = \underline{\underline{20,5 \text{ m/s}}}$$

4.2.7. A potenciális energia minimumra törekvésének elve.

Szabadon elmozdulni képes rendszerek olyan állapot felvételére törekszenek, melyben a rendszer potenciális energiája minimális. Az elvet egy hidraulikus rendszeren mutatjuk meg. Legyen két egyforma A felszínű tartály alul csővezetékekkel összekötve (4.14. példa). A folyadékszint úgy áll be, hogy mindkét tartályban azonos lesz a folyadékoszlop H magassága. Megmutatjuk, hogy a rendszer potenciális energiája ekkor minimális.



4.14. ábra. Hidraulikus rendszer energiája

Tételezzük fel, hogy valamilyen oknál fogva a rendszer olyan helyzetet foglal el, hogy a bal oldali tartályban a folyadék szintje $H+h$, a jobb oldali tartály folyadékszintje $H-h$, a folyadék térfogatának állandóságát fenntartva. A rendszer összes potenciális energiája, ha a potenciál alapszintjének a tartályok alját választjuk:

$$U = A(H+h)\rho g \frac{(H+h)}{2} + A(H-h)\rho g \frac{(H-h)}{2} = A\rho g(H^2 + h^2)$$

Az összefüggésből könnyen felismerhető, hogy a rendszer potenciális energiája akkor minimális, amikor $h=0$. A folyadék tehát olyan egyensúlyi állapot elérésére törekszik, mikor a két tartály folyadékszintje azonos.

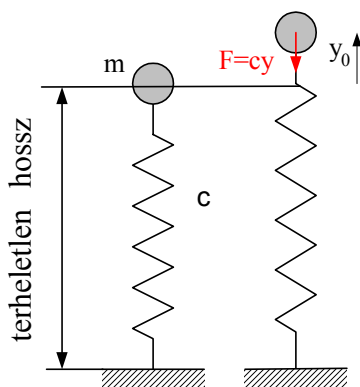
Sok bonyolult műszaki feladat megoldásánál használható a rendszer energiájának minimumra törekvése. Például egy membrán deformálódott alakjának meghatározásakor a membrán alakját addig „próbálgatják” (variálják), míg a rendszer alakváltozási energiája minimális lesz.

4.2.8. Harmonikus rezgőmozgás

Az előző példánál maradva, ha a tartályokban lévő folyadék szintje nem azonos, akkor olyan folyadékáramlás indul meg, ami a szintek kiegyenlítését igyekszik elősegíteni. Amint a folyadék mozgásba jön, mozgási energiára is szert tesz az energia megmaradásának elve szerint. Amikor a tartályok folyadékszintjei éppen megegyeznek (a rendszer potenciális energiája minimális), a folyadék mozgási energiája maximális értéket ér el, vagyis nem képes egyensúlyi helyzetbe kerülni, mert tehetetlensége következtében túllendül az egyensúlyi helyzetben. Így egy periodikus folyadékszint változási folyamat indul be. A harmonikus rezgőmozgás mozgásegyenletét egy c merevségű rugóból és m nagyságú tömegeből álló lengőrendszer esetében határozzuk meg.

Lengőrendszer sajátrezgései

Először tekintsük a rendszer szabad rezgéseit (ún. sajátrezgését), amit a rendszer az egyensúlyi helyzetéből való kitérítés után magára hagyva szabadon végez.



4.15. ábra. Lengőrendszer

A mozgásegyenlet felírásához alkalmazzuk a $\sum F_{yi} = ma_y$ összefüggést. Függőleges irányban csak a cy nagyságú, lefelé mutató rugóerő hat a testre, mely az egyensúlyi helyzetbe akarja a golyót visszatéríteni. A mozgásegyenlet a következő:

$$-cy = m\ddot{y} \quad \rightarrow \quad m\ddot{y} + cy = 0. \quad (4.29)$$

Vezessük be az $\alpha^2 = c/m$ jelölést, ahol α a rendszer sajátrezgéseinek körfrekvenciája (vetítő szögsebessége).

Érdeemes megfigyelni, hogy a harmonikus rezgőmozgás vetítő szögsebességét szabad mozgás (sajátrezgés) esetén nem ω -val, hanem α -val jelöljük.

A mozgásegyenlet

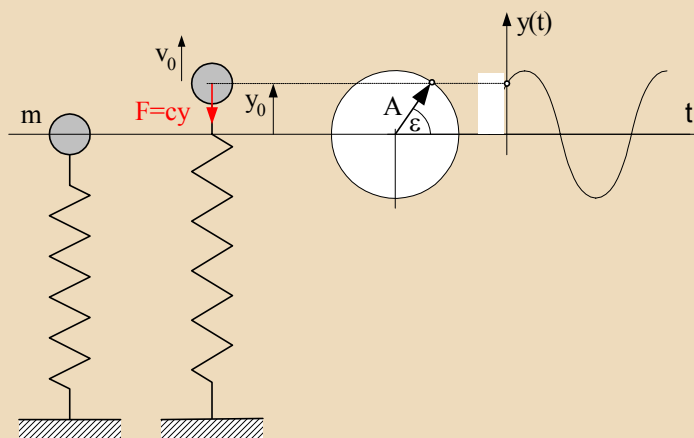
$$\ddot{y} + \alpha^2 y = 0 \quad (4.30)$$

alakot ölt. Ez egy homogén, lineáris, másodrendű, állandó együtthatós differenciálegyenlet. Megoldását tételezzük fel

$$y = A \sin(\omega t + \varepsilon) \quad (4.31)$$

alakban. A kétszeri deriválás eredményeként $\ddot{y} = -A\alpha^2 \sin(\omega t + \varepsilon)$ adódik, amit az egyenletbe visszahelyettesítve azonosságot kapunk, tehát a feltételezett megoldás helyes. Az ismeretlen A amplitúdót és ε fáziszöveget a kezdeti feltételekből tudjuk meghatározni.

Példa. Az 4.16. ábrán látható lengőrendszer az $m=1$ kg tömegű testből és a $c=10^4$ N/m merevségű rugóból áll. Határozzuk meg a tömeg mozgásegyenletét, ha az indulás pillanatában $y_0=0,01$ m és $v_0=2$ m/s!



4.16. ábra

Először a rendszer sajátrezgésének körfrekvenciáját határozzuk meg:

$$\alpha = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{10^4}{1}} = 100 \text{ rad / s.}$$

A kezdeti feltételeket a 4.31 egyenletbe helyettesítjük $t=0$ figyelembe vételével:

$$\text{Az elmozdulás:} \quad 0,01 = A \sin(\alpha \cdot 0 + \varepsilon)$$

$$\text{A sebesség:} \quad 2 = A \alpha \cdot \cos(\alpha \cdot 0 + \varepsilon)$$

A két egyenletből először a kezdő fázist fejezzük ki:

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{0,01\alpha}{2} = 0,5 \rightarrow \varepsilon = \underline{\underline{0,46 \text{ rad}}}$$

A rezgés amplitúdója az első egyenletből számítva:

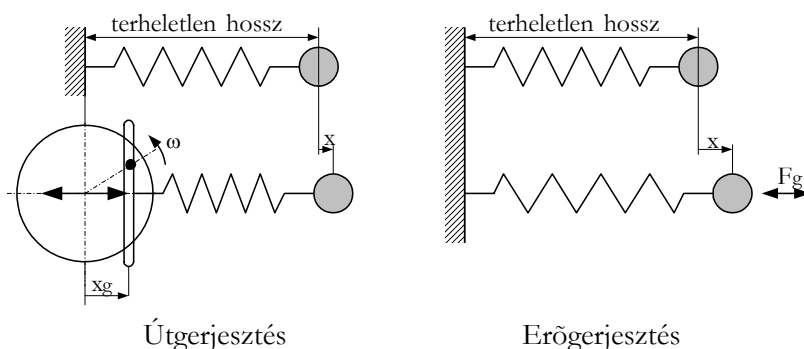
$$A = \frac{0,01}{\sin \varepsilon} = \frac{0,01}{\sin 0,46} = \underline{\underline{0,022 \text{ m}}}$$

A tömeg mozgásegyenlete 4.31 szerint írható fel:

$$y = 0,022 \sin(100t + 0,46)$$

Gerjesztett rezgések

Élesen meg kell különböztetnünk azt a másik esetet, mikor a rezgéseket folyamatosan kényszerítjük rá a rendszerre (4.17. ábra), például a rugó bal oldali végének periodikus $x_g = \hat{X}_g \sin \omega t$ törvény szerinti mozgásával („útgerjesztés”), vagy a tömegrre ható periodikus $F_g = \hat{F}_g \sin \omega t$ erővel („erőgerjesztés”). Az \hat{X}_g illetve \hat{F}_g „kalap” jelölés az út, illetve erő csúcserőértékét, amplitúdóját jelenti. A tömeg állandósult állapotban szintén a gerjesztés ω körfrekvenciájával végzi $x = \hat{X} \sin \omega t$ összefüggés szerinti mozgását.



4.17. ábra. Gerjesztett rezgések létrehozása

A rezgés \hat{X} amplitúdóját erőgerjesztés esetére határozzuk meg. A $\sum F_{xi} = ma_x$ egyenlet a következő lesz:

$$-cx + F_g = ma_x \quad \rightarrow \quad m\ddot{x} + cx = F_g \quad (4.32)$$

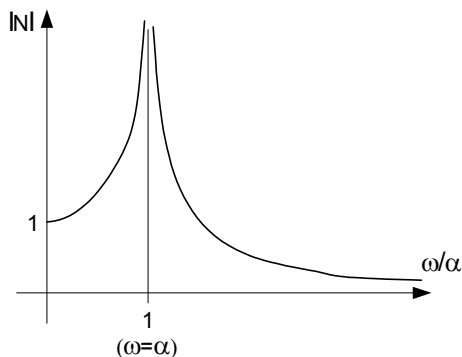
A gerjesztés bekapcsolása után közvetlenül kialakuló bonyolult átmeneti rezgésállapottal, az ún. tranziens rezgésekkel most nem foglalkozunk. A rezgő tömeg *állandósult mozgását* $x = \hat{X} \sin \omega t$ alakban tételezzük fel. Az idő szerinti deriválást elvégezve és a 4.32 mozgásegyenletbe helyettesítve

$$-m\hat{X}\omega^2 \sin \omega t + c\hat{X} \sin \omega t = \hat{F}_g \sin \omega t \quad (4.33)$$

adódik. Innen a tömeg rezgésamplitúdója

$$\hat{X} = \frac{\hat{F}_g}{c - m\omega^2} = \frac{\hat{F}_g}{c} \frac{1}{1 - \frac{m}{c}\omega^2} = \frac{\hat{F}_g}{c} \frac{1}{\underbrace{1 - \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2}_N} \quad (4.34)$$

lesz. Érdeemes megfigyelni a második tört viselkedését – az N nagyítási tényezőt –, mely a rendszer α sajátfrekvenciájának és a gerjesztés ω körfrekvenciájának függvénye. Amennyiben a gerjesztés körfrekvenciája megegyezik a rendszer sajátfrekvenciájával, a tört nevezője zérus lesz, ezért végtelen nagy rezgésamplitúdók alakulnak ki. Ez a rezonancia esete (4.18. ábra).



4.18. ábra. Rezonanciagörbe

A harmonikus rezgőmozgás a mechatronikai berendezésekben gyakori jelenség a mozgatott testek tömegének és rugalmasságának következtében.

Példa. Az előző példában bemutatott lengőrendszerre hason $F_g = 200 \sin 50t$ harmonikus erőgerjesztés (4.17. ábra). Határozzuk meg a kialakuló lengések amplitúdójának nagyságát állandósult esetben!

A gerjesztés képletéből kiolvasható, hogy $\hat{F}_g = 200 \text{ N}$ és $\omega = 50 \text{ rad/s}$. Ha az \hat{F}_g erőt statikusan működtetnénk a rugóra, akkor az

$$\hat{x}_{st} = \frac{\hat{F}_g}{c} = \frac{200}{10^4} = 0,02 \text{ m}$$

megnyúlást okozna. Amennyiben a terhelés ω körfrekvenciájú harmonikus függvény, a kitérés a statikus kitérés N -szerese lesz. A nagyítási tényező értéke:

$$N = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{50}{100}\right)^2} = 1,33$$

A tömeg állandósult mozgásának egyenlete tehát

$$x(t) = 1,33 \cdot 0,02 \sin(50t)$$

5. Szenzorok és aktuátorok fizikai alapjai

5.1. Mágnesség a mechatronikában

Ebben a fejezetben az aktuátorok működéséhez elengedhetetlenül szükséges erőhatások létrehozásának villamos alapelveivel foglalkozunk. A működési elv tekintetében élesen meg kell különböztetnünk az elektromágneses és az elektrodinamikus átalakítókat (5.1. táblázat).

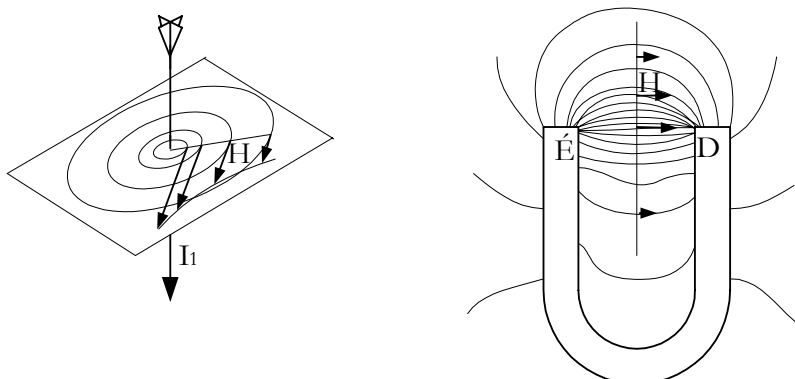
5.1. táblázat. Elektromágneses erőeltetés

	Elektromágneses erőeltetés	Elektrodinamikus erőeltetés
Erőeltetés	Reluktancia-erő	LORENTZ-erő
Jellemző	Test (vasdarab) a mágneses teret permeabilitása által megváltoztatja. Erő közvetlenül a testre hat.	Árammal átjárt vezető mágneses erőterben. Erő a vezetőben áramló töltéshordozókra hat.
Példák	Behúzó mágnes, relé, léptetőmotor	Elektromos motorok, lineármotor, hangszóró

5.1.1. Mágneses tér

Mágneses térerő

Ha egy vezetőben áram folyik, akkor a közelébe helyezett kis iránytű határozott irányba áll be. Ha a mágneset a vezetőre merőleges síkban különböző pontokba helyezük, akkor azt tapasztaljuk, hogy a tű állásait burkoló görbék a vezetőt koncentrikusan körülvevő körök. A kísérletből megállapítható, hogy az áram mágneses teret létesít maga körül. Szokásos a mágneses erőteret erővonalakkal ábrázolni.



5.1. ábra. Áramvezető és állandó mágnes mágneses tere

Az erővonal olyan görbe, melynek bármely pontjában húzott érintője az erőter által kifejtett erő irányába mutat, az erő nagysága pedig arányos az erővonalak sűrűségével (gradiensével). Hasonló ez a térképek szintvonalaihoz, ahol a szintvonalak sűrűsödése nagyobb meredekségre utal. Árammal átjárt vezető körül az erővonalak zárt görbék, viszont állandó (permanens) mágnes esetében az erővonalak a pólusokba futnak (5.1 ábra).

A mágneses erőter számszerű jellemzésére két vektormennyiséget használunk attól függően, hogy mi a célunk. Ha az erőter létrehozásához szükséges gerjesztést akarjuk meghatározni, akkor a \mathbf{H} mágneses térerővel, ha az erőter által kifejtett erőt szeretnénk kiszámítani, akkor a \mathbf{B} mágneses indukcióval számolunk.

Először egyetlen vezetőben folyó áram által keltett mágneses tér vizsgálatával foglalkozunk. A mágneses térerő az I_1 árammal átjárt végtelen hosszú vezetőtől r távolságra – függetlenül a teret kitöltő anyag minőségétől – a sugár mentén állandó és a levezetés mellőzésével a

$$H = \frac{I_1}{2r\pi} \quad \frac{A}{m} \quad (5.1)$$

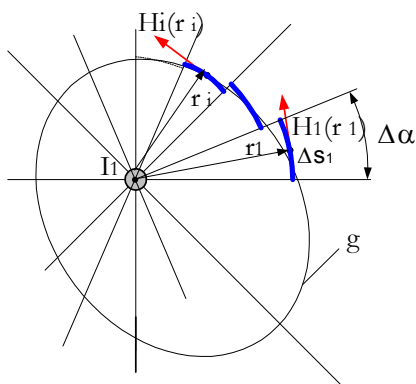
összefüggéssel számítható. Vegyük észre, hogy a nevezőben a vezetőt körülfogó r sugarú kör kerülete áll. Az összefüggést a gyakorlatban fordítva, az adott nagyságú térerőt létrehozó áramerősség meghatározására használjuk. Bonyolítja a helyzetet, hogy a vezetőt ilyenkor általában nem kör alakú görbe mentén járjuk körül. A körüljárási görbe pontjai különböző távolságra vannak a vezetőtől, ezért a térerősség pontról-pontra változik (5.2. ábra). A következő gondolatmenet azonban eredményre vezet.

A g körüljárási görbét felosztjuk szakaszonként állandó r_1, r_2, \dots, r_i sugarú körívekre, melyek hosszai rendre $\Delta s_1 = r_1 \Delta \alpha_1, \Delta s_2 = r_2 \Delta \alpha_2, \dots, \Delta s_i = r_i \Delta \alpha_i$, majd megszorozzuk az ott lévő H_1, H_2, \dots, H_i térerőségekkel és a szorzatokat összeadjuk:

$$I_1 = H_1 \Delta s_1 + H_2 \Delta s_2 + \dots + H_i \Delta s_i = \sum H_i \Delta s_i \quad (5.2)$$

A felosztást finomítva, vagyis a $\Delta s \rightarrow ds$ határátmenetet elvégezve az

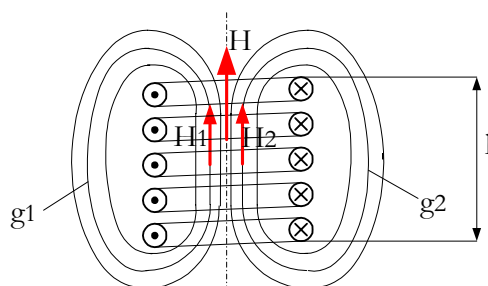
$$I_1 = \oint_g H ds \quad (5.3)$$



5.2. ábra. A gerjesztés számítása.

összefüggésre jutunk, melyet **GERJESZTÉSI TÖRVÉNYNEK** szokás nevezni. Az összefüggés akkor is igaz, ha több árammal átjárt vezetőt járunk körbe egy zárt vonal mentén (5.3. ábra). Például egy N menetszámú tekercs esetén, mivel minden menetben ugyanakkora I erősségű áram folyik, az eredő gerjesztés az egy menet által keltett gerjesztés N -szerese

$$\oint H ds = N \cdot I = \Theta \quad \text{A, ampermenet} \quad (5.4)$$



5.3. ábra. Többmenetű tekercs (szolenoid) mágneses tere

Példa. Határozzuk meg az 5.3. ábrán látható tekercs belsejében a mágneses térerő közelítő értékét!

A tekercs bal oldali, a könyv síkjából kifelé haladó áramait a g_1 görbe mentén járjuk körül. Tapasztalat szerint a tekercs hossz tengelyével párhuzamos erővonal mentén szimmetria okok miatt a H_1 térerő közelítőleg állandó. A g_1 görbe hossza jó közelítéssel $s=2l$ (a tekercs végeinél az erővonal hosszát a tekercs hosszához képest elhanyagolva). A gerjesztési törvényből

$$H_1 = \frac{NI}{2l}$$

Hasonló megfontolással a tekercs jobboldali áramaira alkalmazva a gerjesztési törvényt $H_2=H_1$ adódik. A tekercs belsejében az eredő térerő:

$$H = H_1 + H_2 = \underline{\underline{\frac{NI}{l}}}$$

A mágneses tér a különböző mágneses tulajdonságú anyagokra más-más erőhatást fejt ki. Az anyag mágneses tulajdonságát a μ permeabilitással vesszük figyelembe. Szokásos a permeabilitást a vákuum $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ (Vs/Am) permeabilitására vonatkoztatni és a $\mu = \mu_0\mu_r$ összefüggéssel számítani, ahol μ_r az illető anyag vákuumra vonatkoztatott relatív permeabilitása.

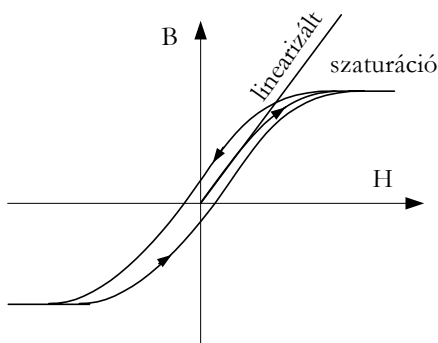
Mágneses indukció

A mágneses tér másik, az erőhatások számításánál használt jellemzője a B mágneses indukció. A mágneses indukció a térerőhöz hasonlóan vektor-

mennyiség. Megjegyzendő, hogy B és H kapcsolata a gyakorlatban használt ferromágneses anyagokra (vas, nikkel, kobalt) csak korlátozott tartományban tekinthető lineárisnak és az anyag előéletétől is függ:

$$\mathbf{B} = \mu(H, t, \dots)\mathbf{H} \quad (5.5)$$

A térerőt növelve a ferromágneses anyag elemi kis mágneses dipólusai egyre jobban beállnak a térerő irányába. A térerő egy bizonyos határon túli növelése már nem eredményez további indukciónövekedést az anyag telítődése – szaturációja – következtében



5.4. ábra. Hiszterézisgörbe

A mágneses jelenségekkel kapcsolatos számításokban fontos szerepet játszik a B indukciónak egy adott A felületre vonatkozó hatása, a Φ mágneses fluxus. A fluxust inhomogén indukció esetében a következő összefüggéssel számítjuk:

$$\Phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A} \quad \text{Vs} = \text{Wb} \quad (5.6)$$

Homogén mágneses térben az integrálás $\Phi=BA$ szorzásra egyszerűsödik.

5.1.2. Egyszerű mágneses körök

Mágneses kör keletkezik akkor, ha a ferromágneses anyagok úgy vannak elrendezve, hogy nagy permeabilitásuk következtében a mágneses erővonalak főként a ferromágneses anyagban haladnak. A statikus mágneses körök vizsgálatának egyik legfontosabb célja a légrésben lévő indukció létrehozásához szükséges gerjesztés meghatározása. Ugyancsak fontos kérdés az elektromágnesek behúzó erejének meghatározása.

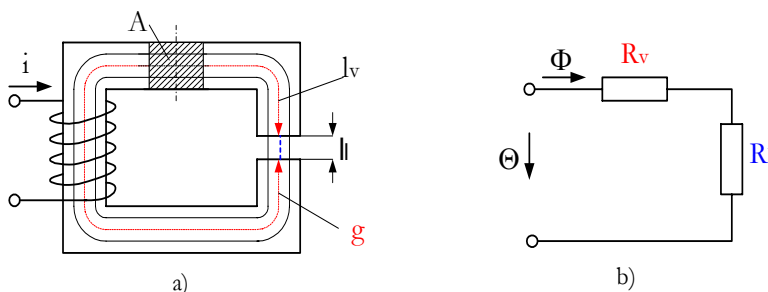
A mágneses körök számításánál az alábbi egyszerűsítő feltevésekkel élünk:

- a mágneses tér a vasban homogén (a vas keresztmetszete kicsi)
- a légrés a vas szélességéhez képest kicsi.

Ilyen feltételek esetén a mágneses indukció a vasban és a légrésben megegyezik: $B_v = B_l$.

A villamos és mágneses körök analógiája

Alkalmazzuk a gerjesztési törvényt az 5.5. ábrán látható mágneses körrel!



5.5.ábra. Mágneses kör és helyettesítő kapcsolása.

Az N menetű tekercs gerjesztését úgy kapjuk, hogy tekercset a zárt g görbe mentén körüljárjuk, miközben a térerőt integráljuk:

$$\oint H ds = H_v l_v + H_l l_l = NI = \Theta \quad (5.7)$$

Helyettesítsük 5.7-be a $H=B/\mu$ és $B=\Phi/A$ összefüggéseket, akkor a

$$\Phi \left(\frac{l_v}{\mu_v A_v} + \frac{l_l}{\mu_l A_l} \right) = \Theta \quad (5.8)$$

egyenletet kapjuk. Vezessük be a *mágneses ellenállás* (reluktancia) fogalmát – a vezető $\rho l/A$ ellenállásához hasonlóan – az alábbiak szerint:

$$R_m = \frac{l}{\mu A} \quad (\text{A/Vs}) \quad (5.9)$$

Az új jelöléssel a mágneses kör egyenlete a következő lesz:

$$(R_{mv} + R_{ml})\Phi = \Theta \quad \leftrightarrow \quad R \cdot I = U \quad (5.10)$$

Vegyük észre, hogy a soros villamos áramkör analóg megfelelőjét kaptuk. A fluxus megfelel az áramerősségnek, a gerjesztés a feszültségnek, a vas-mag és a légrés mágneses ellenállása pedig a villamos ellenállásnak.

Példa. Egy egyszerű, szimmetrikus mágneskör vasmagja állandó vastagságú, egyes részeinek hossza $a=0,05$ m, $b=0,04$ m, a légrések hossza $l_1=0,002$ m. A középső oszlop keresztmetszete $A_o=1,5$ cm², a többi rész keresztmetszete $A=1$ cm². A vasmag relatív permeabilitása $\mu_r=800$. Mekkora kell lenni a középső oszlopon helyet foglaló tekercs gerjesztésének, ha a légrésekben $B=0,6$ T mágneses indukciót szeretnénk létrehozni?

A középső oszlop mágneses ellenállása az (5.9) összefüggés szerint

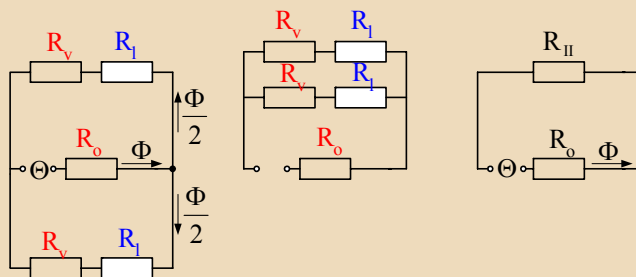
$$R_{mo} = \frac{a}{A_o \mu_o \mu_r} = \frac{0,05}{1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800} = 331740 \frac{1}{\Omega_s}$$

Hasonlóan a szélső keretek mágneses ellenállása külön-külön

$$R_{mv} = \frac{a + 2b - l_1}{A_o \mu_o \mu_r} = \frac{0,05 + 0,08 - 0,002}{10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 800} = 1273885 \frac{1}{\Omega_s}$$

A légrések mágneses ellenállása külön-külön

$$R_{ml} = \frac{l_1}{A_o \mu_o \mu_r} = \frac{0,002}{10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1} = 15923566 \frac{1}{\Omega_s}$$



A szélső ág és a légrés mágneses ellenállásának soros eredője:

$$R_{ms} = R_v + R_l = 1273885 + 15923566 = 17197451 \text{ } 1/\Omega\text{s.}$$

A szélső ágak párhuzamos eredője

$$R_{mII} = \frac{R_s}{2} = \frac{17197451}{2} = 8598725 \text{ } 1/\Omega\text{s.}$$

A mágneskör eredő mágneses ellenállása

$$R_m = R_{mo} + R_{mII} = 331741 + 8598725 = 8930465 \text{ } 1/\Omega\text{s.}$$

Tudjuk, hogy a légrésben a mágneses indukció $B=0,6 \text{ T}$, innen a légrés fluxusa (a főfluxus fele) meghatározható:

$$\frac{\Phi}{2} = BA = 0,6 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ Wb.}$$

Végezetül a mágneses körre alkalmazzuk a mágneses Ohm-törvényt:

$$\Theta = \Phi R_m = 12 \cdot 10^{-5} \cdot 8930465 = \underline{\underline{1071,6 \text{ Ampermenet.}}}$$

Mágneses kör induktivitása

Több menetű tekercs esetében az egyes menetek fluxusai összeadódnak és csatolt (összéláncolt) fluxust adnak:

$$\Psi = N \int_A B dA \quad (5.11)$$

Lineáris mágneses körökben (μ =állandó) a csatolt fluxus arányos az áramerősséggel, amit a következő egyszerű levezetéssel igazolhatunk.

$$\Psi = N\Phi = N \frac{\Theta}{R_m} = N \frac{NI}{R_m} = \frac{N^2}{R_m} I \quad (5.12)$$

Az összefüggés mind mágneses körre, mind egyetlen tekercsre is igaz. Előbbi esetben R_m a kör eredő mágneses ellenállását, utóbbi esetben a tekercs $R_m = l_l / \mu_r A_l$ mágneses ellenállását jelenti. Ekkor a tekercs fluxusa a következő lesz:

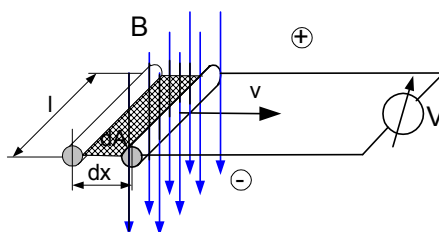
$$\Psi_t = \underbrace{\frac{N^2 \mu_t A_t}{l_t}}_L \cdot I \quad (5.13)$$

Az áram együtthatója a tekercs állandó adatait (menetszám, tekercs hossza, keresztmetszete, magjának permeabilitása) tartalmazza, amit a továbbiakban a tekercs L *induktivitásának* nevezzük.

Indukció jelensége mágneses körökben

Ismert jelenség, hogy ha egy l hosszúságú vezetőt rá merőleges B mágneses indukciójú térben l -re és B -re merőlegesen v sebességgel mozgatunk (5.6. ábra), akkor a *mozgási indukció* révén feszültség indukálódik a vezető két végpontja között, melynek nagysága:

$$U_i = -Blv = -Bl \frac{dx}{dt} = -B \frac{dA}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5.14)$$



5.6. ábra. Mozgási indukció

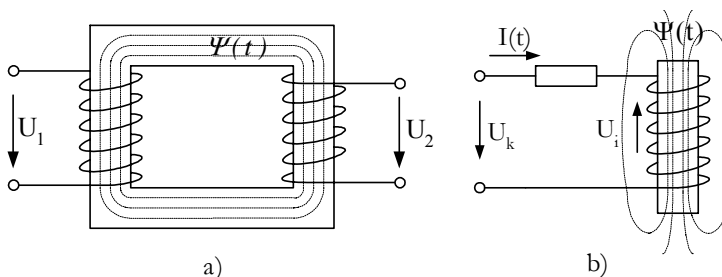
Szokás az 5.14 összefüggést *generátor-törvénynek* is nevezni.

Mágneses körök nyugalomban lévő tekercseiben is találkozhatunk az indukció jelenségével. Itt a vezető (általában N menetű tekercs) nyugalomban van ugyan, de a mágneses indukció változik az időben. Ez a nyugalmi indukció jelensége (5.7. ábra). Két esetet különböztethetünk meg:

- kölcsönös indukció:** a mágneses tér változik egy másik mágnes terének változása miatt. Például a transzformátor primer tekercsére kapcsolt változó feszültség a vasmagban változó mágneses teret hoz létre, minek hatására a szekunder tekercsben feszültség indukálódik. Másik fontos alkalmazás a később tárgyalandó differenciál-transzformátor (LVDT).
- önindukció:** például egy tekercs áramkörbe kapcsolásakor, a tekercs saját mágneses terének időbeli változása miatt indukálódik feszültség.

A nyugalmi indukciót N menetű tekercs esetében az 5.15 egyenlet írja le:

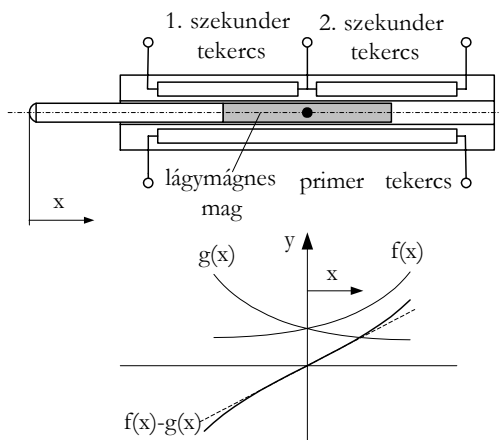
$$U_i = -NA \frac{dB}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (5.15)$$



5.7. ábra. Nyugalmi indukció *a)* kölcsönös indukció *b)* önindukció.

A kölcsönös indukció egy mérés technikai alkalmazása

A kölcsönös indukció változását használják fel a differenciáltranszformátoros (LVDT=Linear Variable Differential Transzformátor) elmozdulás mérő szenzorok. Az 5.8. ábra mutatja egy LVDT elvi felépítését.



5.8. ábra. LVDT elvi felépítése

A primer tekercs vivőfrekvenciás gerjesztése a mozgó lágymágneses mag helyzetétől függően nemlineáris $f(x)$, illetve $g(x)$ amplitúdójú feszültséget indukál a szekunder tekercsekben. Lineáris jelleggörbe elérése érdekében differenciál-elrendezésben alkalmazzák a két tekercset: a tekercsek jeleinek

$f(x)-g(x)$ különbségét képezve gyakorlatilag lineáris eredő jelleggörbét nyernek. Az elérhető linearitás akár 0,15% is lehet.

Az áram változása a feszültség bekapcsolásakor

Az 5.7. b) ábra szerinti R ohmikus ellenállású és L induktivitású tekercsre állandó U_k kapocsfeszültséget kapcsolunk. Alkalmazzuk a Kirchoff-féle huroktörvényt:

$$\sum U_j = 0 = U_k - RI(t) - \underbrace{\frac{d\Psi}{dt}}_{U_i} \quad (5.16)$$

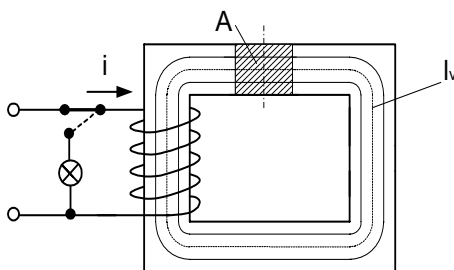
Az önindukció által indukálódott feszültség lineáris esetben $d\Psi/dt=L(dI/dt)$ szerint számítható, mivel a $\Psi=LI$ összefüggésben $L=$ állandó. Az áramkörben folyó áram 5.16 átrendezésével az alábbi differenciálegyenlet szerint alakul:

$$\frac{L}{R} \frac{dI(t)}{dt} + I(t) = \frac{U_k}{R} \quad (5.17)$$

Az áram, illetve az indukált feszültség meghatározásával későbbi tanulmányaikban találkozunk. Most elégséges annak ismerete, hogy a kapocsfeszültség bekapcsolásakor a mágneses fluxus időbeli változása olyan indukált feszültséget okoz, mely a kapocsfeszültséggel ellentétes értelmű, ezért az áram gyors növekedését akadályozza. A vázolt jelenség tulajdonképpen a fizikában oly gyakori *tehetetlenség elvének* egy megnyilvánulása.

A mágneses kör energiája

A mágneses körökben fellépő erőhatások meghatározásához szükségünk lesz a mágneses körben tárolt energia ismeretére. Az elektromágnesek és egyéb reluktancia elven működő villamos gépek működésének megértése igényli a következő kis kitérőt.



5.8. ábra. Zárt mágneses kör.

Az egyszerűség kedvéért tekintsünk egy légrés nélküli, zárt mágneses kört. Tételezzük fel, hogy az elektromágnes gerjesztését a kapcsoló nyitásával megszüntetjük, miközben a glimmlámpa áramkörét zárjuk. A lámpa bizonyos ideig, változó intenzitással világítani fog, melynek energiaszükségletét a mágneses körben tárolt energia fedezi. A lámpa dt idő alatt felvett elemi dE energiamennyisége a villamos teljesítményből a

$$dE = Pdt = UI dt \quad (5.18)$$

ismert összefüggés szerint számítható. Alkalmazzuk az indukált feszültségre az 5.15 szerinti $U_i = d\Psi/dt$ képletet:

$$dE = \frac{d\Psi}{dt} I \cdot dt = I \cdot d\Psi = I \cdot NAdB \quad (5.19)$$

A tekercsben (és a lámpában) folyó áramot a gerjesztési törvényből oly módon kapjuk, hogy a tekercs vezetőit az l_v hosszúságú görbe mentén körüljárva az állandó H térerőt integráljuk:

$$NI = \oint H ds = Hl_v \quad (5.20)$$

A kapott összefüggést 5.19-be helyettesítve

$$dE = Hl_v AdB = VHdB \quad (5.21)$$

adódik, ahol $V = l_v A$ a vasmag térfogata. A térerőt a mágneses indukcióval kifejezve és az elemi energiaváltozást integrálva kapjuk a mágneses térben tárolt teljes energiát:

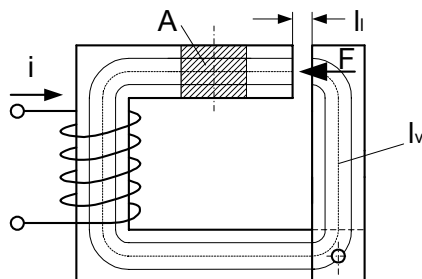
$$E = \int V \frac{B}{\mu} dB = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V \quad (5.22)$$

Ez az összefüggés összetett, légréssel rendelkező mágneses körökre is érvényes.

5.1.3. Erőhatások a mágneses térben

Elektromágneses (reluktancia) erő

A mágnes által kifejtett vonzóerőt egy egyszerű elektromágnesen tanulmányozzuk. A mágneses kör vasmagjának záró tagja (anker) egy csapszeg körül képes elfordulni, miközben a légrés l_f mérete változik (5.9. ábra).



5.9. ábra. Elektromágnes behúzó erejének meghatározása

A mágneses körben tárolt energia kiszámításához alkalmazzuk az 5.22 összefüggését. Az energia a vasban és a légrésben tárolt energia összege:

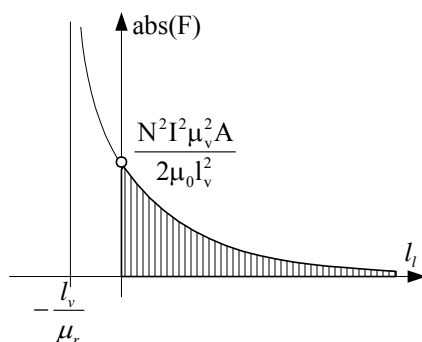
$$E_m = \frac{1}{2} B^2 \left(\frac{Al_v}{\mu_v} + \frac{Al_1}{\mu_1} \right) = \frac{1}{2} \Phi^2 \left(\frac{l_v}{\mu_v A} + \frac{l_1}{\mu_0 A} \right) = \frac{1}{2} \frac{\Theta^2}{\frac{l_v}{\mu_v A} + \frac{l_1}{\mu_0 A}} \quad (5.23)$$

Az elektromágnes behúzó erejét a tárolt potenciális energia függvényének elmozdulás szerinti deriválásával kapjuk (lásd potenciális erőter):

$$F = \frac{d}{dl_1} E_m(l_1) = \frac{d}{dl_1} \left(\frac{1}{2} \frac{\Theta^2}{\frac{l_v}{\mu_v A} + \frac{l_1}{\mu_0 A}} \right) = - \frac{\Theta^2}{2} \frac{\frac{1}{\mu_0 A}}{\left(\frac{l_v}{\mu_v A} + \frac{l_1}{\mu_0 A} \right)^2} \quad (5.24)$$

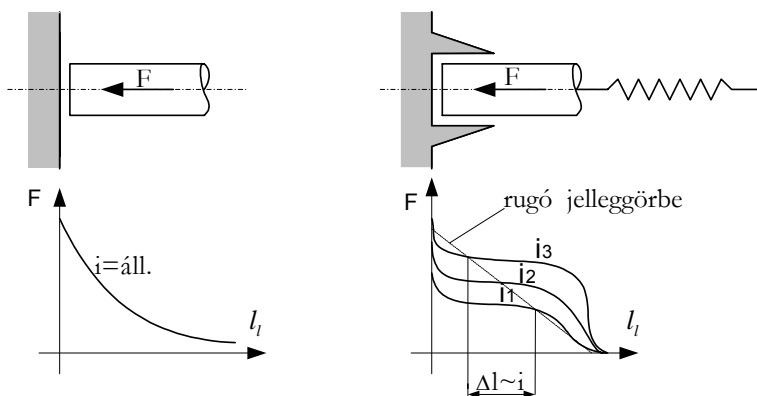
Az elektromágnes által kifejtett erő a mozgó rész (anker) helyzetétől függően erősen változik, a légrés növelésével erősen csökken (5.10. ábra). A legnagyobb erőt $l_1=0$ esetben kapjuk, melynek értéke

$$|F_{\max}| = \frac{N^2 I^2 \mu_v^2 A}{2 \mu_0 l_v^2} \quad (5.25)$$



5.10. ábra. Mágnes behúzó erejének változása a légrés függvényében

Számos esetben hátrányos a behúzó erő nagyságának erőteljes változása az elmozdulás függvényében. Például árammal, rugóerő ellenében vezérelt mágnes-szelepeknél a szelep árammal arányos elmozdulásának elérése a cél. Az erő-elmozdulás jelleggörbe az álló és mozgó vasmag különféle geometriai kialakításával bizonyos mértékig az igények szerint módosítható. Az 5.11. ábra jobb oldali részénél alkalmazott kialakítás lehetővé teszi, hogy a mozgó vasmag a gerjesztő árammal arányos elmozdulást végezzen egy bizonyos tartományon belül.



5.11. ábra. Elektromágnes behúzó erejének módosítása.

Példa. Határozzuk meg az 5.9. ábra szerinti elektromágnes maximális és $l_f=1$ mm légrésnél kifejtett behúzó erejét, valamint a mágneses körben tárolt energiát a következő adatok esetén. A tekercs menetszáma $N=200$ és gerjesztő árama $I=0,1$ A, a vas relatív permeabilitása az adott gerjesztésnél $\mu_r=800$, a vasmag keresztmetszete $A=1$ cm², középvonalának hossza $l_v=6$ cm, $\mu_0=12,56 \cdot 10^{-7}$ Vs/Am.

A légrés hossza a maximális erőnél zérus. Az 5.25 képletbe helyettesítve a maximális behúzó erő:

$$F_{max} = \frac{N^2 I^2 \mu_v^2 A}{2 \mu_0 l_v^2} = \frac{200^2 0,1^2 (12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 800)^2 10^{-4}}{2 \cdot 12,56 \cdot 10^{-7} 0,06^2} = \underline{\underline{4,47 \text{ N}}}$$

A mágneses kör energiája az 5.23 összefüggésből $l_f=0$ helyettesítéssel:

$$E_m = \frac{1}{2} \frac{\Theta^2}{\frac{l_v}{\mu_v A} + \frac{l_l}{\mu_0 A}} = \frac{(200 \cdot 0,1)^2}{2 \frac{0,06}{800 \cdot 12,56 \cdot 10^{-7} 10^{-4}}} = \underline{\underline{3,35 \cdot 10^{-4} \text{ J}}}$$

A mágnes behúzó ereje $l_f=1$ mm távolságban

$$F(0,001) = \frac{\Theta^2}{2} \frac{1}{\left(\frac{l_v}{\mu_v A} + \frac{l_l}{\mu_0 A}\right)^2} = \frac{(200 \cdot 0,1)^2}{2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{0,06}{12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 800 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,001}{12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-4}}\right)^2} = \underline{\underline{0,022 \text{ N}}}$$

A radikális erőcsökkenés indokolja az anker alakjának 5.11. ábra szerinti módosítását.

Elektrodinamikus erő

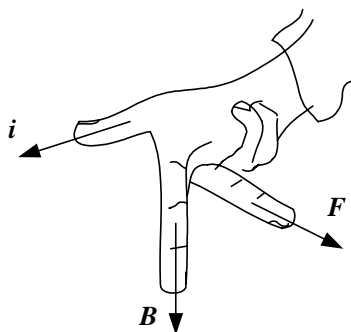
A másik fontos erő kifejtési elv teljesen más alapokon nyugszik. Mágneses erőterben v sebességgel mozgó töltésre

$$\underline{F} = q \underline{v} \times \underline{B}$$

nagyságú *Lorentz*-erő hat. Ha a töltés vezetőben mozog, t idő alatt $q=i \cdot t$ töltés áramlik át az $l=v \cdot t$ hosszúságú vezetőn. A vezetőre ható erő nagysága és értelme vektorszorzással határozható meg:

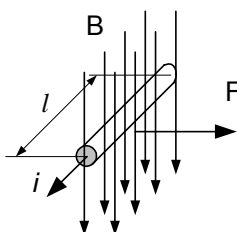
$$\underline{F} = \underline{l} \times \underline{B} \quad (5.26)$$

Szokás az 5.26 összefüggést *motortörvénynek* is nevezni. Az erő irányát a jobbkéz-szabállyal határozhatjuk meg (5.12. ábra). Hüvelykujjunkt a vektorszorzat első tényezőjének (az áram) irányába, mutatóujjunkt a vektorszorzat második tényezőjének (az indukcióvektor) irányába állítjuk. Középső ujjunk iránya mutatja a vezetőre ható erő irányát.



5.12. ábra. Vektoros szorzat értelmezése jobbkéz-szabállyal

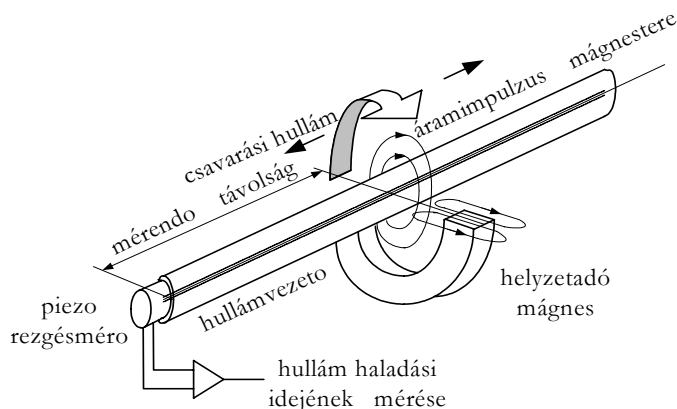
Konkrét esetben a vezetőre ható erő iránya az 5.13. ábrán látható.



5.17. ábra. Áramvezetőre ható erő

5.1.4. Magnetostrikció

Speciális lágymágneses anyagok külső mágneses tér hatására deformálódnak. Ezt a jelenséget magnetostrikciónak nevezik. Ezt az elvet hossz mérő rendszerekben alkalmazzák (5.18. ábra). Magnetostrikciós anyagból készült cső (az ún. hullámvezető) belsejében egy rézhuzal van. Ha áramimpulzust vezetnek a huzalba, akkor a hullámvezetőben körkörös mágneses tér keletkezik. A hullámvezető körül a mérendő távolságban egy gyűrű alakú állandó mágnes található, melynek erővonalai merőlegesek a hullámvezetőre. A két mágnes tér kölcsönhatásából a magnetostrikciós hatás következtében torziós hullám indul a hullámvezető mindkét vége felé. A hullámvezető egyik végére szerelt piezoelektromos átalakító érzékeli a torziós hullám megérkezését. A hullámvezető másik végén lévő csillapító megakadályozza a másik irányba haladó hullám visszaverődését. Az áramimpulzus kibocsátása és a torziós hullám megérkezése között eltelt idő (fly-time) egyenesen arányos a mágnesgyűrűnek a hullámvezető végétől mért távolságával.

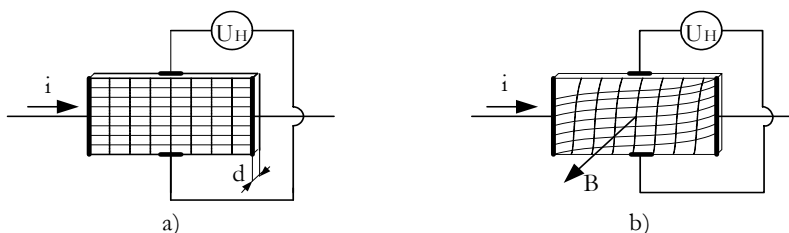


5.18. ábra. Magnetostrikciós távolságmérő

5.1.5. Hall-effektus

A mágneses tér egy mozgó elektronra oldalirányú eltérítő hatást (Lorentz-erő) fejt ki. Ez az erő az áram irányára merőleges feszültségként észlelhető. A hatás nagyon kicsi, mégis számos olcsó és sokoldalú szenzorban nyer alkalmazást. A hallgenerátorok olyan szenzorok, melyek a Hall-hatást használják a mágneses indukció mérésére. Egy árammal átjárt félvezetőcsík (szilícium, galliumarzenid, indiumarzenid, indiumantimonid) szem-

közi szélei között nem mérhető feszültség, mivel az elektródák azonos potenciálon vannak (ugyanahhoz a szaggatott vonallal jelölt ekvipotenciális felülethez csatlakoznak) (5.19. *a*) ábra). Ha a lemez síkjára merőleges mágneses indukció is hat, az ekvipotenciális felületek kissé elfordulnak, az elektródák most már nem ugyanazon ekvipotenciális felületekhez csatlakoznak, következésképpen potenciálkülönbség (Hall-feszültség) mérhető közöttük (5.19. *b*) ábra). A hatás fokozása érdekében a félvezető hosszát a lehetőségekhez képest nagyra, vastagságát kicsire kell választani.



5.19. ábra. Hall-feszültség keletkezése

A Hall-feszültség az alábbi 5.27 összefüggéssel számítható:

$$U_H = \frac{R_H}{d} iB \quad (5.27)$$

ahol R_H a Hall-állandó, d a félvezető szélessége, i az átfolyó áram, B a mágneses indukció. A Hall-szenzort elmozdulás és szögelfordulás mérésére használják. A mérendő testre egy kis állandó mágneset rögzítenek, ami által keltett mágneses tér változása mérhető.

5.1.6. Gauss-hatás

Bizonyos ferromágneses anyagok megváltoztatják az ellenállásukat külső mágneses tér jelenlétében. Ezt a Gauss-hatást használják a magnetorezisztorok, melyeket általában vékonyréteg technológiával alakítanak ki. Az egyszerű magnetorezisztor négyzetes ellenállás/mágneses indukció karakterisztikával rendelkezik, melyet a legtöbb alkalmazáshoz linearizálni kell. Ez történhet egy külső mágnes vagy tekercs mágneses terével, vagy több magnetorezisztor hídkapcsolásával ugyanazon a csipen.

A magnetorezisztorok a Hall-elemeknél kisebb mágneses teret is képesek érzékelni, ezért mágneses adattárolók olvasófejeiben, kefenélküli DC motorok forgórészének szöghelyzet meghatározásánál, valamint kis állandó mágnesekkel kiegészítve helyzetmérésénél használják.

5.2. A fény mechatronikai alkalmazása

A fény mechatronikai alkalmazása rendkívül jelentős, elsősorban információ nyerése, vagy átvitele szempontjából.

5.2.1. Fényfizikai alapfogalmak

Fényáram. Ha egy fénynyaláb adott metszetén dt idő alatt dW_v fényenergia áramlik át, akkor a fényáram

$$\Phi_v = \frac{dW_v}{dt} \quad (\text{lumen}, lm) \quad (5.28)$$

Fényerősség. Először vezessük be a térszög fogalmát. Térszög alatt az R sugarú gömb egy A felületének és a sugár négyzetének hányadosát értjük:

$$\Omega = \frac{A}{R^2} \quad (5.29)$$

A térszög mértékegysége a szteradián (sr). Egy adott pontból a teljes tér $\Omega = 4R^2\pi/R^2 = 4\pi$ (sr) szög alatt látszik.

A fényerősség a fényforrást elhagyó, az adott irányt tartalmazó $d\Omega$ térszögben terjedő $d\Phi_v$ fényáram és a $d\Omega$ térszög hányadosa:

$$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega} \quad (cd) \quad (5.30)$$

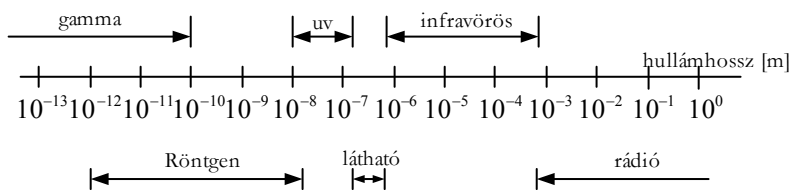
Mértékegysége a candela.

Megvilágítás. A felület egy pontján az oda beeső $d\Phi_v$ fényáram és a felület elem dA területének hányadosa:

$$E_v = \frac{d\Phi_v}{dA} \quad (\text{lux} = lm / m^2) \quad (5.31)$$

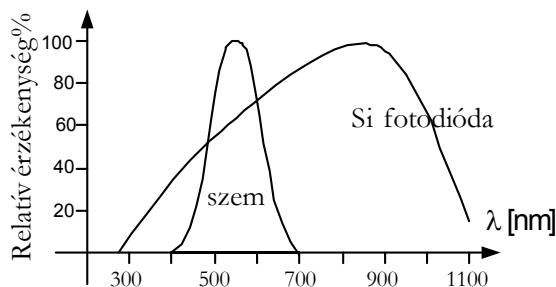
Hullámhossz

A fény, mint elektromágneses hullám a sugárzások hullámhossz szerinti felosztásában közepén helyezkedik el (5.20. ábra).



5.20. ábra. Elektromágneses hullámok hullámhosszai

A fény láthatósága a szem érzékenységétől függ, mely a 400-700nm hullámhosszúságú fénysugarakat érzékeli. Az ábrán egy szilícium fotodióda érzékenysége is látható, mely átfogja a látható és az infra tartományt is (5.21. ábra).



5.21. ábra

5.2.2. Fényforrások

A megvilágításra leggyakrabban alkalmazott sugárzó energiaforrások a következők:

Izzólámpa. Légmentes térben egy villamosan fűtött fémszál van elhelyezve. Általános megvilágítási célokra szolgál a látható és infravörös tartományban, olcsó, de meglehetősen rövid az élettartama. Termikus tehetetlensége miatt a fény intenzitását csak lassan lehet változtatni, más szavakkal modulációs frekvenciája kicsi.

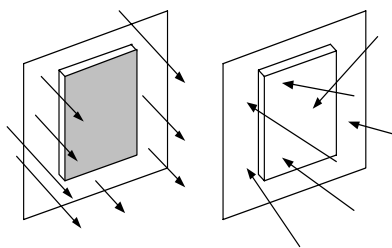
Gázkisüléses lámpa (fénycső). Szabad elektronok ütköznek egy csőben lévő gázzal, ami fényt okoz. A kibocsátott fény spektruma – frekvencia összetétele – a gáz fajtájától, nyomásától, a cső bevonatától függ. A nagy nyomású kisüléses csövek erős fényűek, széles spektrumvonalakkal. A kis

nyomású csövek fénye sok, jól elkülönülő vékony spektrumvonalat tartalmaz, melyek jól elkülöníthetők és függetlenül felhasználhatók.

Világító dióda (LED, Light Emitting Diode). Jó hatásfokkal, kis költséggel állít elő közelítőleg monokromatikus, szűk sáv szélességű fényt. A fény intenzitása általában kicsi, bár napjainkban már nagy teljesítményű LED-ek is kaphatók. A különböző színű LED-ek frekvenciaspektruma az egész látható tartományt átfogja, sőt kiterjed az infra tartományra is. Az izzólámpákkal ellentétben a fényt akár GHz-es nagyságrendű frekvenciával is lehet modulálni.

Lézer. Párhuzamos, egyetlen frekvenciájú (monokromatikus), nagy intenzitású fényt állít elő stimulált emisszióval gázban (CO_2 , Ar, He, Ne), szilárd testben (rubin), félvezetőben (GaAlAs). A lézer egyik fontos jellemzője a kibocsátott teljesítmény, mely a milliwatt nagyságrendtől a kilowattos nagyságrendig terjed. A másik fontos jellemző a koherencia. A koherens fény frekvenciája és fázisszöge állandó, ezért két koherens fénysugár interferenciára képes. Az időbeli koherencia a lézer koherencia hosszával kapcsolatos. A térbeli koherencia a fénysugár széttartásával van kapcsolatban, mely 0,5 mrad (gázlézer) és 20 mrad (félvezető lézer) között van.

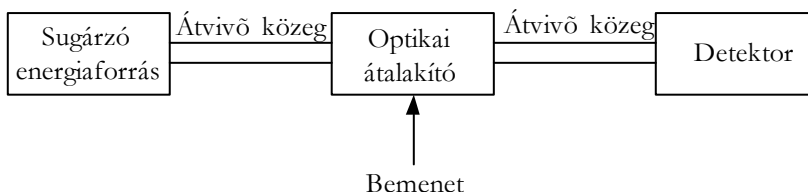
A megvilágítás a fényforrástól függetlenül alapvetően kétféle lehet (5.22. ábra). Hátról történő átvilágítás esetén a tárgy könnyen megkülönböztethető a környezetétől, a tárgy körvonala és a lyukak ismerhetők fel. Elülső megvilágítás a felületi jellemzőket teszi felismerhetővé, ugyanakkor az információ kinyerése a tükröződések és árnyékok miatt nehezebb.



5.22. ábra. A megvilágítás fajtái.

5.2.3. A fény mérés technikai alkalmazásai

Az optikai átalakítók gyakran alkalmazott elemei a mérőrendszereknek. Általában érintésmentes mérést tesznek lehetővé, nem befolyásolva ezzel a mérendő objektumot. Durva környezetben is alkalmazhatók, extrém hőmérsékleten vagy nagy elektronikus zajban. Nem zavarják a környezetet, nem okoznak robbanásveszélyt. Alapvető működési elvük, hogy a sugárzó energiaforrás által kibocsátott fényenergiát a mérendő fizikai mennyiség valamilyen módon megváltoztatja, amit egy detektor érzékel (5.23. ábra).

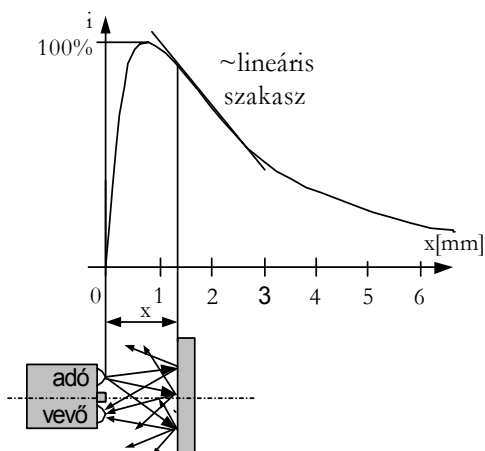


5.23. ábra. Optikai mérőrendszer alapvető felépítése

Analóg intenzitás moduláció

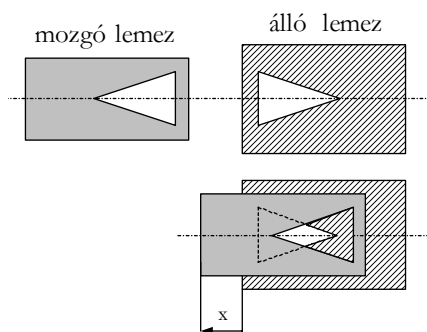
Az intenzitás változása történhet folyamatosan és diszkrét úton. Valamilyen folyamatosan változó fizikai mennyiséggel arányos fényintenzitás változás analóg mérést tesz lehetővé. Néhány példa a folytonos intenzitás-változás alkalmazására a következő:

Távolság változtatása. A reflexiós optokapu két, egymás mellett elhelyezett adó- és vevődiódából áll (5.24. ábra). Az adódiódából (emitter) kibocsátott fény egy része a céltárgy felületéről visszaverődik és a vevődiódába (receiver) jut. A visszavert fényenergia részaránya függ a céltárgy távolságától, felületének színétől, nagyságától, érdességétől és hajlásszögétől. Ha ez utóbbi jellemzőket sikerül közel állandó értéken tartani, akkor nagyon egyszerűen érzékelhető a céltárgy jelenléte (proximity szenzor), sőt távolsága is. A 5.24. ábra egy reflexiós optokapura jellemző diagramot mutat, ahol a vevő dióda normalizált (maximumára vonatkoztatott) kollektor árama látható a távolság függvényében.



5.24. ábra. Reflexiós optokapu kollektor áram-távolság karakterisztikája.

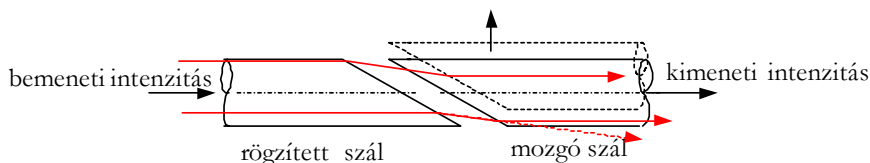
Keresztmetszet változtatása. Ha a fénysugár keresztmetszetét változtatjuk, akkor nagyon kis elmozdulás mérésére nyílik lehetőségünk. A változó keresztmetszetű nyílás egy álló és egy mozgó részből áll (5.25. ábra). A mozgó részt általában valamilyen deformálódó elemhez rögzítik, mely a mérendő erő, nyomás, hőmérséklet stb. hatására méretét megváltoztatja. Az elmozdulás hatására az álló- és mozgó rész közötti keresztmetszet megváltozik, így a lemezekre merőlegesen beeső, általában száloptikával odavezetett fénysugárból több vagy kevesebb jut át a zár mögött elhelyezett érzékelőre.



5.25. ábra. Rekesz alkalmazása

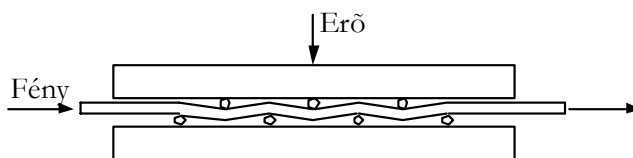
Ha két fényvezető optikai szál végét egymáshoz képest keresztirányban elmozdítjuk, akkor az átvitt fény intenzitása az elmozdulás függvényében

szintén megváltozik (5.26. ábra). Ezt az elvet alkalmazzák például víz alatti mikrofonokban, ahol a hangrezgés a vevő szálát keresztirányban mozgatja, modulálva ezzel a fénysugár intenzitását.



5.26. ábra. Keresztmetszet változtatása keresztirányú mozgással

Ugyancsak az optikai szál keresztirányú mozgásán alapszik a mikrohajlítás elve (5.27. ábra). Ha az optikai szál görbülete a terhelés hatására változik, akkor megváltozik a szálon átvezetett fény intenzitása. Erő, nyomás, nyúlás mérésére alkalmas.

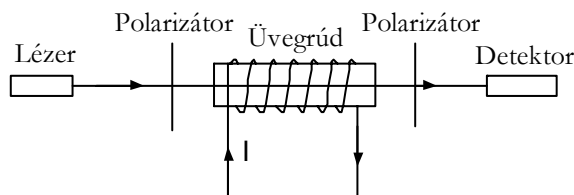


5.27. ábra. Mikrohajlítás elve

Polarizációs sík változtatása. A *Faraday-féle magneto-optikai* hatás szerint H intenzitású és l hosszúságú mágneses téren áthaladó polarizált fény polarizációs síkja

$$\varphi = V \int H dl = VNI \quad (5.32)$$

szöggel fordul el, ahol V a közeg *Verdet*-állandója, N a mágneses teret létrehozó tekercs menetszáma, I a tekercsben folyó áram erőssége (lásd „gerjesztési törvény”).



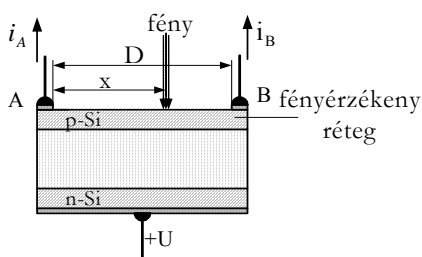
5.28. ábra. Áram mérése magneto-optikai hatással

A *Faraday-batás* áramerősség mérésre történő alkalmazása látható az 5.28. ábrán. A lézersugár fényét az első polarizátor úgy alakítja át, hogy az eredetileg minden irányban rezgő fény csak az ábra síkjában rezegjen. A fény-sugár áthalad a mágneses térben lévő üvegrúdon, ahol a fény polarizációs síkja a térerősségtől függően elfordul. A második polarizátor, mely az elsőhöz képest 45 fokkal van elfordítva, a fénysugárnak csak egy részét engedi át, a sugár polarizációs szögétől függően. A kilépő fénysugár intenzitása arányos a mágneses teret létrehozó tekercsben folyó árammal és annak irányával.

Fénysugár beesési pontjának változása. Különleges helyet foglal el az optikai szenzorok között a PSD (5.29. ábra). A pozíció-érzékeny detektor (PSD, Position Sensitive Detector) olyan speciális fotodióda, mely i_A és i_B árama csak a dióda felületét érő fénynyaláb x helyétől függ, intenzitásától szinte független. Ezzel kiküszöbölhető a fénysugár intenzitásának változásán alapuló mérések problémája, az időben állandó, hőmérséklettől független bemenő fényintenzitást biztosítása. A fénysugár pozíciója az áramok nem lineáris függvénye:

$$x = D \frac{i_B}{i_A + i_B}, \quad (5.33)$$

amit linearizáló áramkörrel igényesebb mérési célra is alkalmassá lehet tenni. A PSD nagy előnye, hogy teljesen különböző reflexiós tulajdonságú felületekről visszaverődő fénysugár helyzetének érzékelésére is alkalmas.



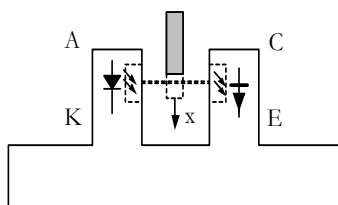
5.29. ábra. PSD felépítése

Készül kétdimenziós kivitelben is. Olcsó reflexiós elvű távolságmérő szenzorokban (tolatássegítő) kerül alkalmazásra, mint lineáris CCD elem helyettesítője.

Digitális intenzitás-moduláció

Eddig a fény intenzitásának folytonos változásán alapuló mérési elveket tekintettük át. Lehetséges azonban a fény intenzitás diszkrét változásának kihasználása is, vagyis a van/nincs fény eldöntése. A két állapot megkülönböztetése digitális mérést tesz lehetővé. Legegyszerűbb esetben a fénysugár útjába helyezett akadály teljesen elzárja annak útját, amit a vevő dióda/tranzisztor érzékel. A következőkben ismertetett eszközök ezt a működési elvet alkalmazzák.

Transzmissziós optokapu. Gyakran alkalmazzák végállás-kapcsolóként PC lemezegységekben, nyomtatókban, másológépekben stb. A mozgó testre egy kis lemez van rögzítve, mely benyúlik az adó- és a vevődióda (fotótranzisztor) közötti részbe és véghelyzetben megszakítja a fénysugár útját (5.30. ábra). Az adó dióda pozitív sarka az anód, negatív sarka a katód. A diódával sorba kötött ellenállással lehet beállítani a diódán átfolyó áramot, mely az adatlapból vehető. A vevő fotótranzisztor a ráeső fény intenzitásától függően nyitott, vagy zárt állapotban van. A kimenő feszültséget itt is egy sorosan kötött ellenállással lehet beállítani. Már néhány tized milliméter lemezmozgás annyira megváltoztatja a fotótranzisztor áramát, hogy az már egyértelmű logikai szint változásként értékelhető.

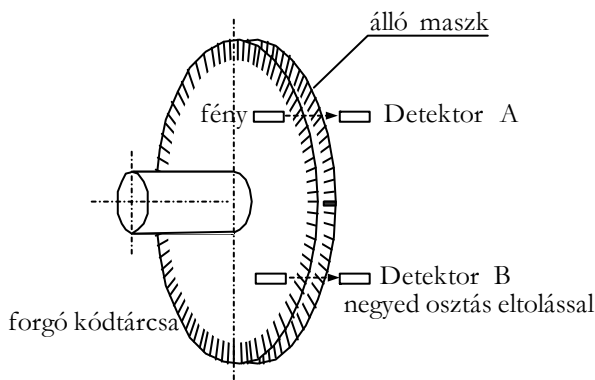


5.30. ábra. Transzmissziós optokapu

Optikai kódtárcsa. Az optikai elven működő szögadók szintén digitálisan működnek. Két fő fajtájuk ismeretes: az *inkrementális* és az *abszolút*.

Inkrementális átalakítók. Az inkrementális (növekményes) átalakítók csupán egy-egy impulzust adnak a forgórész egy osztásnyi elfordulásakor. Ha az impulzusokat a 0-helyzettől (referencia helyzet) kezdve megszámláljuk, akkor tulajdonképpen a test abszolút szöghelyzetét is ismerjük. A berendezés egyszerű felépítésű, de ha valamilyen oknál fogva számolási hiba következik be, akkor végig hibás eredményt ad. A berendezés felépítése a 5.31. ábrán követhető nyomon. A forgó tengelyre egy fényt áteresztő tár-

csa van rögzítve, melynek pereme fényt át nem eresztő osztásvonalakkal van ellátva. A tárcsától kis távolságra egy teljesen hasonló, de álló maszk van rögzítve. Ha fényt bocsátunk át a tárcsákon és a mozgó tárcsát lassan forgatni kezdjük, akkor az A jelű fotóérzékelőre jutó fény intenzitása közel szinuszosan ingadozik. A jelenséget otthon is kipróbálhatjuk két azonos osztású fésű egymáson való mozgatásával. A vevő dióda közel szinuszosan változó kimenő jelét digitalizálni kell, ami egy komparátor áramkörrel lehetséges. A komparálási (összehasonlítási) szintet beállítva az áramkör akkor ad H szintű jelet, mikor a fotótranszistor jele magasabb a komparálási szintnél. Amint a forgórész $\Delta\varphi$ szöggel előre vagy hátra elfordul, egy-egy impulzust kapunk. A probléma az, hogy a berendezés még érzéketlen az elfordulás irányára. Az elfordulás irányának meghatározásához egy második detektorra (B) is szükség van. A második detektort egy negyed osztással eltolt álló maszk mögött helyezzük el. A tengelyt egy irányban forgatva az A és B detektor impulzusai negyed osztással követik egymást. Az impulzusok felfutó és lefutó élének egymás utáni sorrendjéből a forgás iránya most már egyértelműen eldönthető. Az impulzusokat egy előre/hátra számlálóval megszámlálva a forgórész szöghelyzete egyértelműen meghatározható.

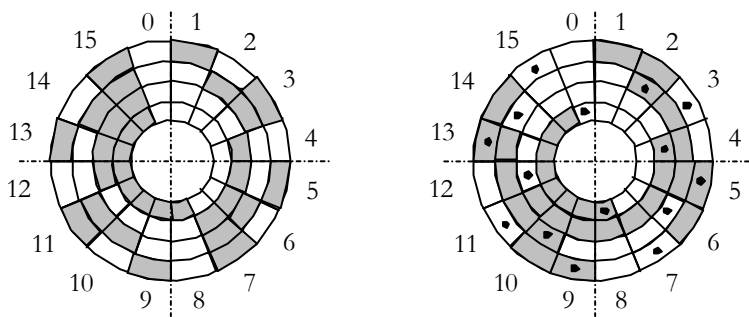


5.31. ábra. Inkrementális szögadó működési elve

Abszolút átalakítók. Az inkrementális átalakítók számos előnyös tulajdonsága mellett azonban ritkán előfordulhat számlálási hiba is. Ez akkor következhet be, mikor az irányváltás negyed osztáson belül következik be. Bár a bonyolultabb irányérzékelő áramköröknél a hiba lehetősége nagyon csekély, a nagy biztonságot követelő esetekben a hiba teljes kizárása érde-

kében *abszolút* átalakítót alkalmaznak. Itt nincs szükség referencia helyzetre, minden pillanatban rendelkezésre áll a pozíció információ. Itt a kódtárcsán annyi gyűrű és detektor van, ahány bit szükséges az osztásszám leírásához. A 6.12. ábrán látható bináris kódolású szögadó $16=2^4$ osztású, ezért 4 gyűrű található a tárcsán. A szögpozíciókat jelölő decimális számok 0-15-ig terjednek. Például az 5-ös szögpozíciónak a $0*2^3+1*2^2+0*2^1+1*2^0$ bináris kombináció felel meg.

Abszolút szögadónál elméletileg nincs tévesztési lehetőség, azonban egy másik probléma merül fel. Nézzük azt az esetet, mikor a tárcsa 1-ről 2-re vált. Ennek során elméletileg „egyszerre” két biten változik meg az információ: a külső (2^0) gyűrűn $H \rightarrow L$ átmenet, az eggyel beljebb lévő (2^1) gyűrűn $L \rightarrow H$ átmenet történik. A valóságban a tárcsa osztáshibájának, az érzékelő optotranzisztor pozícióhibájának következtében a két említett jelátmenet nem pontosan ugyanabban az időpillanatban következik be. Ha a külső gyűrű $H \rightarrow L$ átmenete előbb következik be, mint a második gyűrű $L \rightarrow H$ átmenete, akkor kis ideig L,L kombináció jön létre, ami 0 szöghelyzetnek felel meg. A szenzor kis ideig 0 pozíciójelet mutat, majd természetesen a 2-es pozíciónak megfelelő jelet. Ellenkező sorrendű átmenet esetén a szenzor kis ideig a 3-as pozíciónak megfelelő jelet ad és utána jelenik csak meg a 2-es pozíció jel. Bár tartósan mindig a helyes pozíciónak megfelelő jelet kapjuk, a rövid ideig tartó hibás információ a szabályozó kör működését kedvezőtlenül befolyásolja.

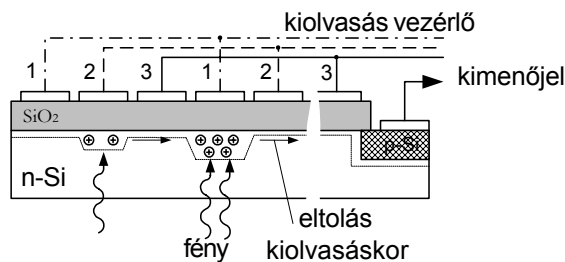


5.32 ábra. a) Abszolút szögadó bináris kódtárcsával.
b) Abszolút szögadó Gray-kódtárcsával

A probléma egyszerűen áthidalható, ha olyan kódtárcsát alkalmazunk, ahol két szomszédos szöghelyzet között csak egy bit értéke változik (A 5.32. b)

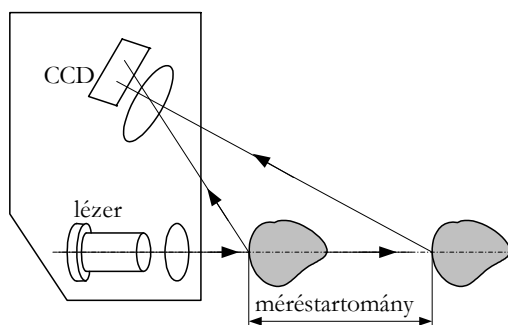
ábrán pöttyökkel jelölve). A gyakran alkalmazott *Gray*-kód eleget tesz ennek a feltételnek. Hibás szögpozíció kiadása itt nem fordulhat elő. A *Gray*-kód egyedüli hátránya, hogy a szöghelyzet bináris kóddá való dekódolása kissé bonyolultabb.

CCD detektor. Összetett geometriai objektumokról fotóoptikai képalkotó szenzorokkal nyerhetünk információt. A CCD-elemek (Charge Coupled Device, töltéscsatolt berendezés), a mátrixelrendezésű fémelektrodák egy szilícium félvezetőkristályra vannak felhordva és hármas csoportokban vannak egymással összekötve (5.33. ábra). A félvezető hátoldalára beeső fény a Si és SiO₂ határretegben töltéseket hoz létre. A fémelektrodákra adott alkalmas vezérlőimpulzusokkal a töltések egy-egy osztással eltolhatók és sorosan kiolvashatók. A mátrixelrendezésű, néhány ezerszer néhány ezer pixel méretű CCD-tömböket digitális fényképezőgépekben és videokamerákban alkalmazzák kétdimenziós képek felvételére. A képek digitális feldolgozásával alkatrészek alakja és mérete is ellenőrizhető. A sokkal kevesebb pixelt tartalmazó olcsó CCD tömböket optikai egerekben alkalmazzák. A soros elrendezésű CCD elemek szkennerekben, vonalkód olvasókban kerülnek alkalmazásra.



5.33. ábra. CCD szenzor

A lézeres távolságmérő szenzorokban szintén CCD elemet alkalmaznak a tárgyról visszavert fénysugár detektálására. Itt már nem a fénysugár intenzitása, hanem helyzete játsza a döntő szerepet. A tárgy távolságának meghatározását a „háromszögelési elv” alkalmazásával, trigonometriai számításokkal végzik. A tárgy felületének minősége közömbös, a mérés linearitása nagyon jó.



5.34. ábra. CCD elem alkalmazása lézeres távolságmérő szenzorban

5.3. A hang alkalmazása

A hang közvetlen mechatronikai alkalmazása a 20.000 Hz feletti nagy frekvenciájú ultrahangok tartományában jelentős. A hallható hangok 20–16.000 Hz-es frekvenciatartományában a nemkívánatos hang, a zaj játszik igen fontos szerepet a berendezések jószágának megítélésében. A zaj, mint az ember-gép kapcsolat fontos eleme, a munkavédelem egyik központi kérdése. A téma fontosságára való tekintettel ebben a fejezetben röviden összefoglaljuk a hang fizikájával kapcsolatos, a műszaki gyakorlatban is előforduló alapfogalmakat.

5.3.1. Hangfizikai alapfogalmak

A hang valamely rugalmas közeg rezgése. Szilárd vezető közegben testhangról, folyadékban folyadékhangról, légnemű közegben léghangról beszélünk. Ez utóbbit értjük a köznapi életben hang alatt.

Hangnyomásszint

A léghang a levegő nyomásának változása a légköri 10^5 Pa statikus nyomás körül. Jó fülű emberek már $p_0=2 \cdot 10^{-5}$ Pa nyomásingadozást is képesek érzékelni.

A $p_0=2 \cdot 10^{-5}$ Pa értékű, 1000 Hz frekvenciájú nyomásingadozást hallásküszöbnek nevezzük.

A különféle hangforrások által keltett nyomásváltozások nagyon eltérőek lehetnek ezért a nyomások összehasonlíthatóságának érdekében nem konkrét nyomásértékeket adnak meg, hanem két hangnyomás arányát. Az említett arányt hangnyomásszintnek nevezik és decibelben (*dB*) adják meg.

Definíció szerint a hangnyomásszint két hangnyomás-amplitúdó arányának tízes alapú logaritmus, hússzal szorozva. A vonatkoztatási nyomás éppen a hallásküszöb.

$$L_p = 20 \lg \frac{p}{p_0} \quad \text{dB} \quad (5.32)$$

Hangintenzitás

A hang „erősségének” egy másik lehetséges jellemzője a hangintenzitás.

A hangintenzitás az egységnyi felületen merőleges irányban, egységnyi idő alatt átáramló hangenergia. Amennyiben a P teljesítményű hangforrás ideális gömbsugárzó – azaz a hangforrás a tér minden irányába azonos hangenergiát sugároz –, valamint elég messze van a talajtól, akkor időegység alatt ugyanannyi energiának kell áthaladni bármely r sugarú $A=4r^2\pi$ nagyságú gömbfelületen. A hangintenzitás a hangforrástól r távolságra:

$$I = \frac{P}{4r^2\pi} \quad (5.33)$$

A hangintenzitás tehát a hely függvényében változik!

Hallgatólagosan olyan speciális hangteret tételeztünk fel, ahol a hang csak a hangforrás irányából érkezett a megfigyelőhöz, a terem falairól visszaverődő hang elhanyagolható volt. Ilyen ún. szabad hangteret mesterségesen süketszobában lehet elérni. Levezetés nélkül megemlítjük, hogy a hangintenzitás a hangnyomás amplitúdóval is kifejezhető

$$I = \frac{p^2}{2\rho c} \quad (5.34)$$

összefüggéssel, ahol ρ a levegő sűrűsége és c a hang sebessége levegőben. A hangintenzitást is egy másik hangintenzitáshoz viszonyítva szokás megadni. A viszonyítás az 1000 Hz frekvenciájú tiszta szinuszos hang $I_0=10^{-12}$ W/m² intenzitásához, az ingerküszöbhez történik.

A hangintenzitás-szint számítása az

$$L_i = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad (5.35)$$

összefüggéssel történik. Fontos megjegyezni, hogy L_p és L_i számértékre megegyezik, mert az intenzitás-szint számításnál nem 20, hanem 10 a logaritmus szorzója.

Hangteljesítmény

Végül a hangtér egy harmadik fontos jellemzője a hangteljesítmény-szint, mely P teljesítményű hangforrás esetében a

$$L_w = 10 \lg \frac{P}{P_0} \quad (5.36)$$

összefüggéssel határozható meg, ahol a viszonyítási hangteljesítmény $P_0 = 10^{-12}$ W, $f = 1000$ Hz frekvencián.

A hangtérrel kapcsolatos összefüggések alkalmazását néhány példán mutatjuk be.

Példa. A hangnyomásszint a hangtér egy pontjában 90 dB. Mekkora a hangintenzitás?

Mivel a hangnyomásszint és a hangintenzitás-szint számértékre megegyezik, ezért a hangintenzitás-szint összefüggését alkalmazhatjuk:

$$L_p = L_i = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad \Rightarrow \quad I = I_0 10^{\frac{L_i}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{90}{10}} = \underline{\underline{10^{-3}}} \text{ W/m}^2$$

Példa. Három gép hangnyomásszintjét egy rögzített pontban egymás után megmérjük. Az egyes gépek hangnyomásszintjei a következők: $L_{p1} = 77$ dB, $L_{p2} = 80$ dB, $L_{p3} = 82$ dB. Mekkora a hangnyomásszint az előbbi pontban, ha a három gépet egyszerre működtetjük?

A hangintenzitások iránytól függetlenül összegezhetők. Felhasználva az előző példa összefüggését az

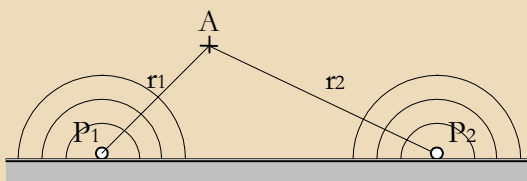
$$I = I_1 + I_2 + I_3 = I_0 \left(10^{\frac{L_{p1}}{10}} + 10^{\frac{L_{p2}}{10}} + 10^{\frac{L_{p3}}{10}} \right)$$

adódik, ahonnan a hangnyomásszint – mely a hangintenzitás-szinttel egyezik meg – a következő:

$$L_p = L_i = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \left(10^{\frac{77}{10}} + 10^{\frac{80}{10}} + 10^{\frac{82}{10}} \right) = \underline{\underline{84,9}} \text{ dB}$$

Érdeemes megfigyelni, hogy az egyes gépek hangnyomásszintjei nem algebrailag adódnak össze!

Példa. Egy $P_1=4\text{W}$ és $P_2=10\text{W}$ teljesítménnyel sugárzó hangforrás a földhöz közel van elhelyezve. A megfigyelő $r_1=10$, illetve $r_2=20$ m távolságra van a hangforrásoktól. Mekkora hangnyomásszintet hall az A pontban lévő megfigyelő? Mekkora a hangnyomás változás amplitúdója?



5.35. ábra. Hangsugárzók elhelyezése.

Mivel a hangsugárzók a földhöz közel helyezkednek el, ezért a hangenergia csak egy félgömbfelületen tud eltávozni, feltéve, hogy a talaj nem nyel el energiát. A hangintenzitások az A pontban rendre

$$I_1 = \frac{P_1}{2r_1^2 \pi} = \frac{4}{2 \cdot 10^2 \pi} = 0,0064 \text{ W / m}^2 \text{ és}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{2r_2^2 \pi} = \frac{10}{2 \cdot 20^2 \pi} = 0,004 \text{ W / m}^2$$

A hangintenzitások összegzésével az eredő hangintenzitás-szint a következő lesz:

$$L_p = L_i = 10 \lg \frac{(I_1 + I_2)}{I_0} = 10 \lg \frac{(0,0064 + 0,004)}{10^{-12}} = \underline{\underline{100}} \text{ dB}$$

A hangnyomás amplitúdóját a 5.34 összefüggés átrendezésével kapjuk:

$$p = \sqrt{2\rho c I} = \sqrt{2 \cdot 1,23 \cdot 330 \cdot 0,0104} = \underline{\underline{2,91 \text{ Pa}}}$$

Ez az érték a légköri nyomás mindössze 0,0003 százaléka, még egy ilyen erős hang esetében is!

Példa. Egy szivattyút hangteljesítményét megmérjük oktávsávonként. (Az oktáv 2:1 frekvenciaviszonyt jelöl). A mért eredmények a következők:

Oktáv sávközép frekvencia, (Hz)	500	1000	2000	4000
Oktáv hangteljesítményszint, L_w , (dB)	72	74	66	58

A többi frekvenciasávban sugárzott hangteljesítmény elhanyagolható! Határozzuk meg az „A” súlyozású hangnyomásszintet a szivattyútól $r=5$ méterre, félgömbösugárzó és szabad tér feltételezésével!

Az eredő hangteljesítmény mérése helyett pontosabb vizsgálatoknál frekvenciasávonként (terc vagy oktávsávonként) határozzák meg a hangtér jellemzőit. Mivel az emberi fül eltérően reagál a különböző frekvenciájú hangokra, a sávonként mért objektív értékek (az ingerek) súlyozással lehetséges van az ember által érzékelt hatás (érzetek) kiszámítására.

Először az egyes frekvenciasávokban a mért hangteljesítményszintekből intenzitás-szinteket számolunk.

$$L_w = 10 \lg \frac{P}{P_0} \Rightarrow P = P_0 10^{\frac{L_p}{10}} \Rightarrow I = \frac{P}{A} = \frac{P_0 10^{\frac{L_p}{10}}}{2r^2 \pi} \Rightarrow$$

$$L_I = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{10^{\frac{L_p}{10}}}{2r^2 \pi}$$

A részletszámítások mellőzésével az intenzitás szintek az egyes frekvenciasávokban a következők: $L_{1500}=50$ dB, $L_{11000}=52$ dB, $L_{12000}=44$ dB, $L_{14000}=36$ dB.

Az egyes frekvenciasávok objektív hangintenzitás-szint értékeit a szabvány szerinti súlyozó tényezők hozzáadásával korrigáljuk, amit a következő táblázatban láthatunk.

Oktáv sávközép frekvencia (Hz)	500	1000	2000	4000
Hangintenzitás-szint, L_I , (dB)	50	52	44	36
„A” súlyozó tényező szabványból (dB)	-3,2	0	1,2	1
„A” súlyozott hangintenzitás-szint (dB)	46,8	52	45,2	37

A táblázat alsó sorának adataiból az eredő „A” súlyozású hangintenzitás-szint a következő lesz:

$$L_{IA} = 10 \lg(10^{4,68} + 10^{5,2} + 10^{4,52} + 10^{3,7}) = 54 \text{ dB}$$

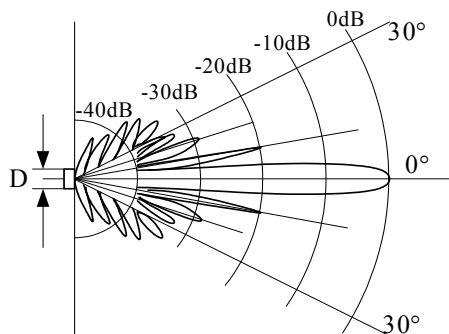
5.3.2. Az ultrahang

Ultrahangnak nevezzük az emberi fül számára már nem érzékelhető, 20 kHz-nél magasabb frekvenciájú hangot. A hang c sebessége, f frekvenciája és λ hullámhossza közötti ismert összefüggésből a hullámhosszt kifejezve

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (5.37)$$

adódik. Közvetítő anyagként levegőt feltételezve, $c=330$ m/s hangsebességgel és a minimális $f=20$ kHz frekvenciával 0,0165 m hullámhossz adódik, ami már alkalmas durva mérési feladatokra. A frekvencia növelésével a hullámhossz tovább csökkenthető és 200 kHz esetén milliméteres felbontás is elérhető. A frekvencia korlátlan növelésének a hordozó közeg növekvő csillapítása szab korlátot.

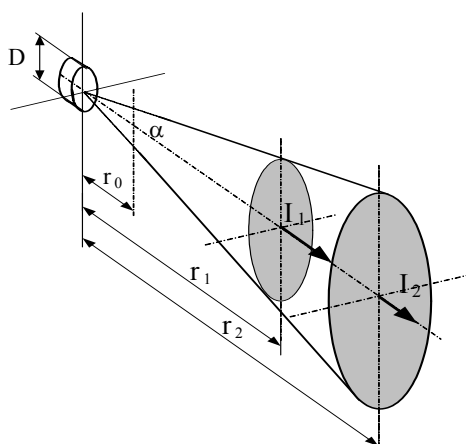
Az ultrahang jellemző tulajdonsága, hogy szűk nyalámban sugározható ki, ami energiatakarékossági és méréstechnikai szempontokból is előnyös.



5.36. ábra. Ultrahangsugárzó irányhatása.

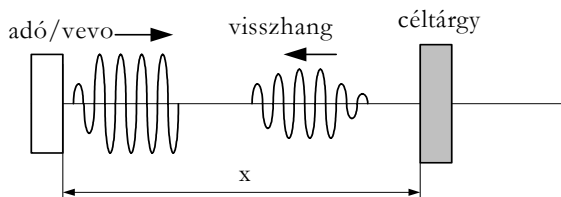
A kisugárzott energia intenzitása a sugárzóhoz közel (ún. közeltér vagy *Fresnel*-zóna) erősen oszcillál és bizonyos diszkrét irányokban koncentráldódik (7.2. ábra).

A közeltér r_0 határa egy D átmérőjű sugárzó esetében $r_0 = D^2/4\lambda$ összefüggéssel számítható. A sugárzótól távol ($r > r_0$) lévő *Fraunhofer*-zónában a hang egy $\alpha = \arcsin(0,5\lambda/D)$ félnyílásszögű kúpban terjed. A hang intenzitása a sugárzótól mérve csökken, mivel a kúp egyes keresztmetszeteinek és az ott mérhető intenzitásnak a szorzata, vagyis az átáramló hangteljesítmény állandó: $I_1(r_1 \text{tg}\alpha)^2 \pi = I_2(r_2 \text{tg}\alpha)^2 \pi$. (5.37. ábra)



5.37. ábra

Az ultrahangot használó mérési elvek az ultrahang-impulzusok futási idejének (fly-time) meghatározásán alapulnak. Rezgéseltőként piezokristályt (pl. báriumtitanát) vagy piezoelektromos polimert alkalmaznak, mely nagyfrekvenciás gerjesztés hatására ultrahang-impulzuscsomagot bocsát ki (5.38. ábra). A hang a céltárgyról visszaverődik. A hangimpulzusok megérkezettét a vevő érzékeli. A piezoelektromos hatás megfordíthatósága következtében az adó és a vevő ugyanaz az átalakító is lehet. Az impulzussorozat kibocsátása és visszaérkezése között eltelt idő egyenesen arányos a céltárgy távolságával és természetesen függ a hang terjedési sebességétől is az adott közegben. Az ultrahangos távolságmérési elvet nem csak levegőben, hanem folyadékokban és szilárd testekben is alkalmazzák. Előbbinél tartályban lévő folyadék szintmagasságának mérésére, tengeralattjárónál objektumok felderítésére, szilárd testekben pedig anyaghibák roncsolásmentes felderítésére.



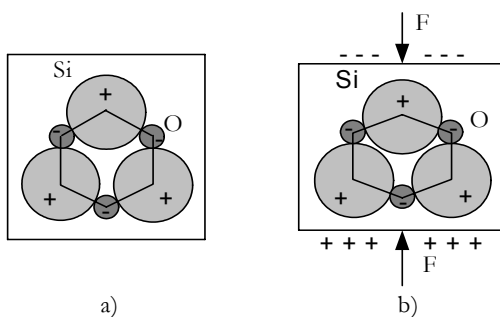
5.38. ábra. Ultrahangos távolságmérés elve

5.4. Egyéb fizikai hatások

A piezoelektromos és piezorezisztív hatás a mechanikailag merev kristályok már egészen kis deformációjánál is jelentkezik, ezért nagy merevségű, magas frekvencián is működőképes szenzorok és aktuátorok építését teszi lehetővé.

5.4.1. Piezoelektromos hatás

Bizonyos természetes kristályok, mint a kvarc (SiO_2), valamint speciális kerámiák, pl. Báriumtitanát (BaTiO_3), valamint az Ólommetaniobát (PbNb_2O_6) piezoelektromos hatást mutatnak, ami abban nyilvánul meg, hogy külső mechanikus terhelés hatására a megfelelő módon kimetszett kristály ellentétes felületein villamos töltések jelennek meg. Az elektródák között feszültségkülönbség mérhető. A piezoelektromos hatás kialakulását a 8.1. ábra szemlélteti egy elemi kvarccellán. Terhelés hatására a cella deformálódik, miáltal a pozitív és negatív töltések súlypontja eltolódik. Ennek következtében az elemi cellából elektromos dipólus alakul ki.



5.39. ábra. a) Terheletlen piezokristály, b) terhelt piezokristály

A szomszédos cellák hasonló irányban orientálódnak, végül a kristály szélein töltések jelennek meg. Létezik transzverzális és longitudinális piezoelektromos hatás is. Mindkettő aktív szenzor építését teszi lehetővé, mert nem igényel külső energiaforrást. Mivel a piezoelektromos átalakító, mint generátor belső ellenállása igen nagy, ezért a töltések mérésére nagy bemeneti ellenállású berendezés, az ún. töltéserősítő szolgál. A töltéserősítő esetenként költségesebb, mint maga a szenzor. Megjegyzendő továbbá, hogy a töltések a leggondosabb feldolgozás mellett is nagyon rövid idő alatt kompenzálódnak, ezért a piezoelektromos hatás statikus erőmérésre nem alkalmas.

A piezoelektromos hatás meg is fordítható: ha a kristály szemközti felületei közé feszültséget kapcsolunk, akkor a kristály a méretét megváltoztatja. Ezért nagy frekvenciájú, pontos elmozdulások létrehozására kiválóan alkalmas, amit például nyomtatók festékpátrójának működtetésére, vagy optikai rendszerek finompozicionálására használnak. Az elmondottak alapján a piezokristály szenzorként és aktuátorként egyaránt alkalmazható. Egy elemben való kettős alkalmazására jó példa az ultrahangos vizsgálófej, melyet anyagok roncsolásmentes vizsgálatánál alkalmaznak.

A piezokristály, mint tömeggel és rugalmassággal rendelkező test, mechanikai rezgésekre képes. Az egyensúlyából kitérített kristály a sajátrezgéseit végzi, ami periodikusan változó feszültséget okoz a szemközti lapok között. A feszültség változása nagyon szabályos, mert a mechanikai lengőrendszer sajátfrekvenciáját nem befolyásolja a hőmérséklet változása. Ha a kristály rezgését fenntartjuk azáltal, hogy a veszteségeket megfelelő áramkörrel pótoljuk, akkor nagyon stabil oszcillátort kapunk. Ilyen „rezgőkvarc”-oszcillátort alkalmaznak kvarcórában is, melynek pontossága akár évi 5 másodperces hibán belül is tartható.

A piezoelektromos kristályok elektro-optikai hatást is mutatnak, ami abban nyilvánul meg, hogy a feszültség hatására optikai tulajdonságaik is megváltoznak. Ezt a tulajdonságot használják kommunikációs rendszerekben a lézersugár modulációjára.

5.4.2. Piezorezisztív hatás

Bizonyos félvezetőkristályok, mint pl. a szilícium, fajlagos ellenállása megváltozik húzó, vagy nyomó terhelés hatására. A piezorezisztív hatás poláros tengelyek nélküli anyagokban is fellép, fémekben azonban elhanyagolható. A fajlagos ellenállás változása arányos a σ mechanikai feszültséggel,

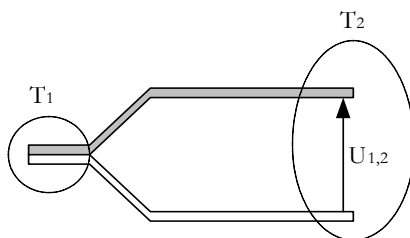
valamint a p piezorezisztív tényezővel, mely főként a kristály orientációjától függ:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = p\sigma \quad (5.39)$$

A piezorezisztív anyagot általában a deformálódó mérőtestre viszik fel, és hídkapcsolásban mérik az ellenállás változást. A piezorezisztív hatás - ellentétben a piezoelektromos hatással - felhasználható statikus mérésekre is.

5.4.3. Seebeck- és Peltier-hatás

Ha két különböző fémet vagy félvezetőt összeerősítünk és az összeerősítési pontot melegítjük vagy hűtjük a szabad végekhez képest (5.40. ábra), akkor a szabad végek között feszültségkülönbség lép fel, mely az α_s



5.40. ábra. Seebeck-hatás

Seebeck-állandóval és a $\Delta T = T_1 - T_2$ hőmérsékletkülönbséggel arányos:

$$U_{1,2} = \alpha_s \Delta T \quad (5.39)$$

A Seebeck-hatást használó szilikon termoelemeket az elektromos áram hőhatásának alapján áram effektív értékének (RMS, RootMeanSquare) mérésére, folyadékok áramlásának mérésére és hőszugárzás mérésére használják.

Az Seebeck-hatás megfordítása a *Peltier*-hatás. Ekkor a félvezetők szabad végei közé kapcsolt megfelelő polaritású feszültség-különbség hatására az összeerősítési pont lehűl. Nagy értékű elektronikai elemek hűthetők vele mozgó alkatrész és zaj nélkül.

6. Szenzorok

A mechatronikai rendszerekben a rendszer állapotát leíró mennyiségek ismerete alapvető feladat.

Azokat az elemek, melyek általában nemvillamos fizikai mennyiségeket villamos kimenőjelekké alakítanak át, szenzoroknak nevezzük.

A konkrét mérési feladatra alkalmas szenzor kiválasztásához a következő szempontokat kell mérlegelni:

- milyen fizikai jellemzőt,
- milyen méréstartományban,
- milyen pontossággal kell mérni?

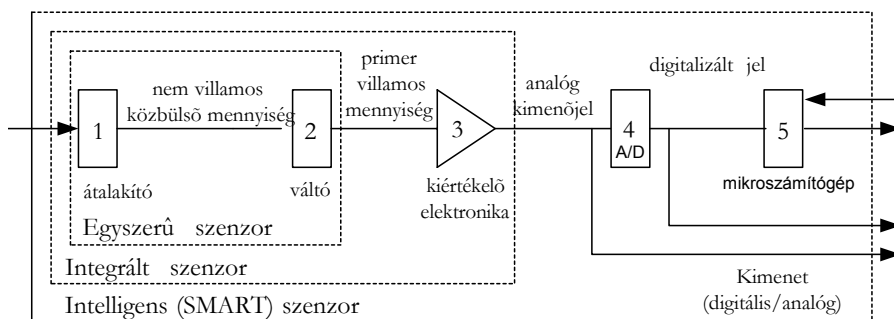
6.1. A szenzorok iránt támasztott követelmények

- A méréstartományon belül egyértelműen és reprodukálhatóan képezze le a bemenő jelet kimenő jellé
- A kimenőjel csak a bemenőjeltől függjön. Ezt a követelményt nehéz megvalósítani, mert a legtöbb fizikai mennyiség a hőmérséklettől is függ.
- Lineáris kapcsolat legyen a bemenet és a kimenet között
- A mérőrendszer ne hasson vissza a mért rendszerre (pl. feszültségmérésnél a műszer belső ellenállása a lehető legnagyobb legyen, hogy ne „szívjon el áramot” a mért rendszertől)
- Érzéketlenség külső zavarokkal (elektromágneses tér, vibráció, vegyi hatások stb.) szemben.
- A kimenőjelet normálni lehessen. A jelenleg használatos értékek
 - Analóg kimenőjelekre: 0...5V
0...10V
-5...5V
-10...10V
0...20mA
4...20mA
 - Digitális kimenetre: párhuzamos port (8 bit, Centronics Interface)
soros port (RS 232, RS 485)

- Buszrendszer: Interbus-S
Profibus
CAN-bus
- Egyszerű áramellátás
- Működőképesség ellenőrizhetősége (pl. világító *Light Emitting Diode*, LED a szenzoron)

6.2. A szenzorok általános felépítése

A jelek feldolgozásának foka szerint a következő fokozatokat különböztetjük meg: egyszerű szenzor, integrált szenzor, intelligens szenzor (6.1. ábra).



6.1. ábra. Szenzorok felépítése

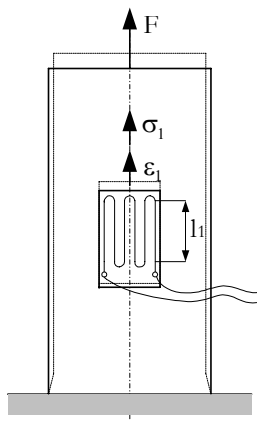
A jel terjedését a szenzoron belül egy erőmérő szenzor példáján mutatjuk be.

1. A mérendő mennyiséget, amennyiben azt semmilyen ismert fizikai elv szerint sem lehet közvetlenül villamos jellé átalakítani, először egy közbülső mennyiséggé kell átalakítani („közvetett mérés”). Erőmérésnél ez a közbülső mennyiség valamely rugalmas elem deformációja. Ha ez a lépés kimarad, akkor a „közvetlen mérés” lehetősége áll fenn, például a piezoelektromos hatás során nyomóerőből közvetlenül villamos töltés keletkezik.
2. A közbülső mennyiséget (deformációt) elsődleges villamos mennyiséggé kell átalakítani, melynek során különféle fizikai hatások jöhetnek szóba. Például a nyúlásmérő bélyeg, mely deformáció hatására az ellenállását változtatja. Az elsődleges villamos mennyiség itt az ellenállás.

3. Az elsődleges villamos jel feldolgozására egy kiértékelő elektronika szolgál, mely a jel erősítésén kívül a következő feladatokat látja el:
 - nullponteltérések kompenzálása
 - zavarjelek szűrése
 - jel linearizálása
 - méréshatár illesztés
 - kimenőjel normálása (pl. 0...10V)Az erőmérő példájánál maradva, egy erősítő egység értékeli ki a nyúlásmérő bélyegen eső feszültséget.
4. Mivel a jel a továbbiakban digitálisan lesz feldolgozva, ezért az analóg kimenő jelet digitális jellé kell átalakítani. Erre a feladatra szolgál egy A/D átalakító.
5. A mikroelektronikai alkatrészek fejlődése lehetővé tette, hogy a digitális kiértékelő egységet (mikrokontrollert) a szenzor házába integrálják. Ezáltal a 3. pontban bemutatott funkciók sokkal egyszerűbben valósíthatók meg, ezenkívül teljesen új lehetőségek nyílnak a jel további feldolgozására, úgymint:
 - a mérési adatok felügyelete és tárolása a szenzorban
 - a riasztás önálló kiváltása a határállapot elérésekor
 - buszrendszerrel való kommunikáció lehetősége
 - származtatott mennyiségek számítása (pl. egy elmozdulás mérő szenzor jelének differenciálásával sebességjel is rendelkezésre áll)
 - több átalakító egy szenzorba való integrálása, a mért jelek közös feldolgozása (pl. többkomponensű gyorsulásmérő)
 - külső számítógép segítségével lehetőség van a szenzor újrakonfigurálására (pl. szükség esetén a szenzor átviteli függvénye megváltoztatható)

6.3. A közvetett mérés elve

A közvetett mérés elvét a nyúlásmérő bélyeges erőméréseknél mutatjuk be. Alkatrészek alakváltozásának mérésére elterjedten alkalmazzák a tenzometrikus mérési elvet. Az elv lényege, hogy egy vezető hosszának megváltozása – nyúlása vagy rövidülése – a vezető ellenállásának változását okozza. A gyakorlatban egy néhány milliméter nagyságú ún. nyúlásmérő bélyeget (Strain gauge, DehnungsMessStreifen) ragasztanak a mérendő tárgyra.



6.2. ábra. Nyúlásmérő bélyeg a testre ragasztva.

Felületére. Speciális ragasztóval elérhető, hogy a nyúlásmérő bélyeg együtt nyúljon a tárggyal, ha az a terhelés hatására deformálódik. A nyúlásmérő bélyegben vékony vezető szál van kígyó-alakban elhelyezve, mely a nyúlás hatására megváltoztatja ellenállását. Az ellenállás változásának meghatározásához tekintsük ismertnek az $l=nl_1$ hosszúságú, A felületű (r sugarú kör keresztmetszetű), ρ fajlagos ellenállású vezető ellenállásának (6.1) összefüggését. A vezető

$$R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{l}{r^2 \pi} \quad (6.1)$$

ellenállása megváltozik, ha a három paraméter közül bármelyik megváltozik. Mint matematikai tanulmányainkból tudjuk, az $R(\rho, l, r)$ többváltozós függvény dR megváltozásáért felelős összetevők súlyának meghatározása parciális deriválással lehetséges:

$$dR \cong \frac{\partial R}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial R}{\partial l} dl + \frac{\partial R}{\partial r} dr \quad (6.2)$$

A parciális deriválásokat elvégezve a következő összefüggést nyerjük:

$$dR \cong \frac{l}{r^2 \pi} d\rho + \frac{\rho}{r^2 \pi} dl - 2 \frac{\rho l}{r^3 \pi} dr \quad (6.3)$$

Az együtthatókat átírva

$$dR \cong \frac{R}{\rho} d\rho + \frac{R}{l} dl - 2 \frac{R}{r} dr \quad (6.4)$$

összefüggés adódik, melynek mindkét oldalát R -rel osztva

$$\frac{dR}{R} \cong \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - 2 \frac{dr}{r} \quad (6.5)$$

következik. (Ezt az eredményt logaritmikus differenciálással is megkaphatuk volna). Ha észrevesszük, hogy $\varepsilon = dl/l$ a huzal hosszirányú fajlagos nyúlása, valamint $\varepsilon_k = dr/r$ a huzal keresztirányú fajlagos nyúlása, akkor közöttük kapcsolat írható fel a ν *Poisson*-tényező segítségével:

$$\frac{dr}{r} = -\nu \frac{dl}{l} \quad (6.6)$$

A helyettesítést elvégezve a

$$\frac{dR}{R} \cong \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} (1 + 2\nu) \quad (6.7)$$

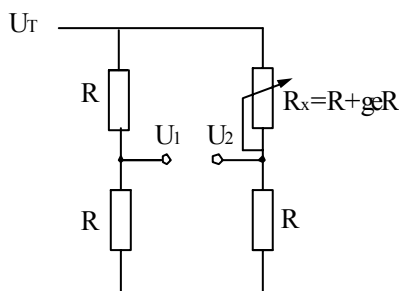
kapcsolatot nyerjük, melyben a fajlagos ellenállás változása fémvezető esetén elhanyagolható. Átrendezéssel kapjuk a nyúlásmérő bélyeg erősítését (Gauge-faktor), mely azt mutatja meg, hogy egységnyi fajlagos nyúlás mekkora fajlagos ellenállás változást okoz:

$$g = \frac{dR/R}{dl/l} \approx 1 + 2\nu \approx 2 \quad (6.8)$$

Itt $\nu=0,5$ ha a vezető szál térfogatát állandónak vesszük. A $g=2$ érték azt jelenti, hogy 1% hosszváltozás 2% ellenállás-változást okoz. Ha a fém alkatrészekben ébredő maximális feszültséget $\sigma=200 \text{ N/mm}^2$ -nek tételezzük fel és $E=2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ rugalmassági modulussal számolunk, a maximális fajlagos nyúlásra a szilárdságtan alapját képező *Hooke*-törvény ($\sigma = E\varepsilon$) értelmében $\varepsilon_{\max} = 0,001$ érték adódik. A fajlagos ellenállás-változás $g=2$ értéket alapul véve $dR/R = 0,002$. Mivel a nyúlásmérő bélyegek szokásos ellenállása $R = 120 \Omega$, ezért csak legfeljebb $dR = g\varepsilon R = 2 \cdot 0,001 \cdot 120 = 0,24 \Omega$ ellenállás-változásra számíthatunk még maximális terhelés esetén is.

Ilyen kis ellenállás-változást különbségi módszerrel, ún. *Wheatstone*-híddal tehetünk mérhetővé, amennyiben az ellenállás-változást feszültség-változássá alakítjuk át. Ez a konverzió amúgy is előnyös, hiszen a villamos jelek hordozói többnyire feszültség- vagy áramértékek.

A *Wheatstone*-híd szokásos elrendezését a 6.3. ábrán láthatjuk. A legegyszerűbb esetben a négy ellenállás közül három állandó értékű, a negyedik pedig a terhelés hatására ellenállását változtató nyúlásmérő bélyeg. A nyúlásmérő bélyeg hőmérséklete mérés közben változhat, ami kihatással van annak ellenállására. Ezért szokásos a nyúlásmérő bélyeggel sorba kötött ellenállást egy terheletlen, azonos hőmérsékletű nyúlásmérő bélyeggel (ún. kompenzáló bélyeggel) helyettesíteni, melynek ellenállása csak a hőmérsékletváltozás hatására változik.



6.3. ábra. Wheatstone-híd (negyed híd).

A hidat U_T feszültséggel táplálva két feszültségosztó kimenő feszültségnek $U_1 - U_2$ különbségét mérjük. U_1 és U_2 értékét a *terheletlen feszültségosztó* összefüggéséből határozhatjuk meg:

$$U_1 = \frac{R}{R + R} U_T \qquad U_2 = \frac{R}{R_x + R} U_T \qquad (6.9)$$

A feszültségkülönbség innen, ha $R_x = R(1 + g\varepsilon)$

$$U_1 - U_2 = U_T \frac{R(R_x + R) - R \cdot 2R}{2R(R_x + R)} = U_T \frac{Rg\varepsilon}{2(2R + Rg\varepsilon)} \qquad (6.10)$$

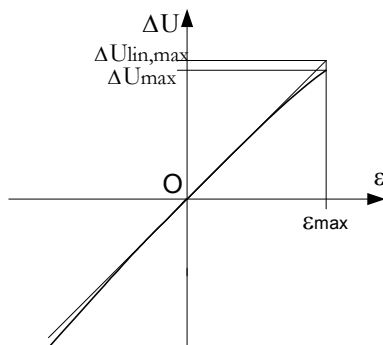
Amennyiben $R = 120\Omega$ és $g = 2$ értékeket veszünk alapul, a mérhető feszültségkülönbség

$$U_1 - U_2 = U_T \frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon} \quad (6.11)$$

lesz. A függvény jellegre helyes menete a 6.4. ábrán látható. Amennyiben a nevezőben $\varepsilon_{\max} = 0,001$ értékét a 2 mellett elhanyagoljuk, úgy lineáris összefüggést kapunk a mért fajlagos nyúlás és a ΔU feszültségkülönbség között (ábrán vékony vonallal ábrázolva). A maximális hiba a legnagyobb fajlagos nyúlás esetében a következő:

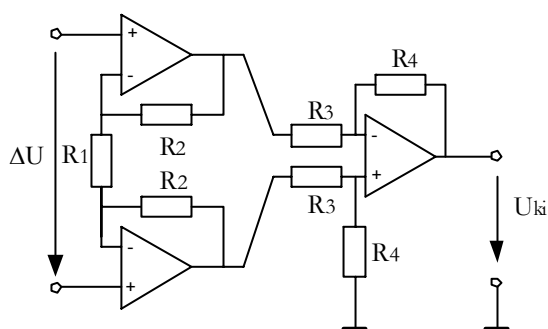
$$h_{\max} = \frac{\Delta U_{\max} - \Delta U_{\text{lin,max}}}{\Delta U_{\text{lin,max}}} = \frac{\frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon} - \frac{\varepsilon}{2}}{\frac{\varepsilon}{2}} = -0,0005 \text{ azaz } -0,05\%$$

Érdeemes megfigyelni, hogy a ΔU feszültség képletében a fajlagos nyúláson és a gauge-faktoron kívül a hidat tápláló feszültség értéke is szerepel. Annak érdekében, hogy a tápfeszültség ingadozása ne okozzon hibát, a tápfeszültséget stabilizálni kell.



6.4. ábra. A fajlagos nyúlás és a kimenő feszültség kapcsolata

A *Wheatstone*-hid ΔU feszültsége mV nagyságrendű, ezért az erősítésre szorul. Az erősítés célszerűen egy egyenáramú ún. műszererősítővel történhet (6.5. ábra). Az erősítőnek földfüggetlennek és nagy bemeneti ellenállásúnak kell lenni, hogy a hidágak valóban terheletlen feszültségosztóként működjenek.



6.4. ábra. Műszererősítő kapcsolás

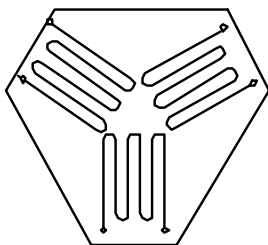
A hídágak egy-egy műveleti erősítő neminvertáló bemenetére vannak kötve, melyek bemeneti ellenállása a FET-es bemeneti fokozat révén 10^{11} - 10^{12} Ω nagyságrendben van. A kétfokozatú erősítő erősítése:

$$\frac{U_{ki}}{\Delta U} = -\frac{R_4}{R_3} \left(2 \frac{R_2}{R_1} + 1 \right). \quad (6.12)$$

A nyúlásmérő bélyeggel tulajdonképpen egy alkatrész adott pontjának kis környezetében lévő fajlagos nyúlást mérjük. Sok esetben azonban nem a fajlagos nyúlás, hanem a test felszínén ébredő feszültség és az abból számítható terhelés meghatározása a célunk. Ha a feszültségi állapot egytengelyű és a nyúlásmérő bélyeg az ismert feszültségi főtengely irányában van felragasztva, akkor a feszültség az egyszerű *Hooke*-törvény ($\sigma = E\varepsilon$) alapján számítható. Ilyen ismert feszültségi állapotot valósítanak meg erő- és nyomásmérő szenzorok tiszta nyomásra, vagy tiszta hajlításra igénybevett mérőtestében, ami a mérést és a kiértékelést egyszerűvé teszi.

Lehetőség van egyébként összetett igénybevétel esetén is az egyes feszültség-összetevők ($\sigma_{húz}$, σ_{haj}) különválasztására, ha a test különböző pontjaiba ragasztott nyúlásmérő bélyegeket a *Wheatstone*-híd megfelelő ágába kötjük (félhíd, teljes híd).

Ismeretlen feszültségi állapot esetében több, különböző irányítottágú nyúlásmérő bélyeget tartalmazó ún. rozettát ragasztanak a test kérdéses pontjába, természetesen a mérés kiértékelése lényegesen bonyolultabb.

**6.5. ábra.** Rozetta

Igényesebb méréseknél az alacsonyfrekvenciás zavarok kiküszöbölése érdekében a hidat nem egyenfeszültséggel, hanem kb. 5kHz vivőfrekvenciás feszültséggel táplálják. A jel demodulációjával (fázisérzékeny egyenirányításával) itt nem foglalkozunk.

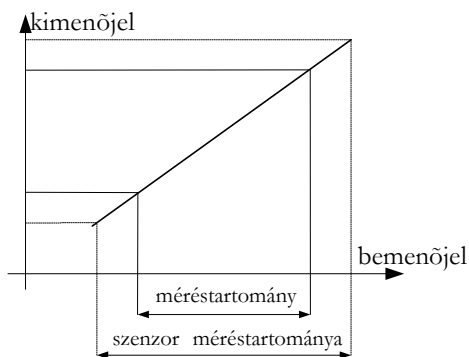
6.4. Szenzorok jellemzői

A következő részben a szenzorok fontosabb jellemzőit, és azok mérésre gyakorolt hatását tárgyaljuk.

6.4.1. Méréstartomány

A szenzor által mért fizikai mennyiség tartománya, melyre a kimeneti értéket adott pontossággal kell leképezni.

Konkrét esetben a méréstartományt célszerű kisebbre választani a szenzor méréstartományánál, hogy megóvjuk azt a túlterheléstől (6.6. ábra).

**6.6. ábra.** Méréstartomány

6.4.2. Érzékenység

A kimenőjel bemenőjel szerinti deriváltja:

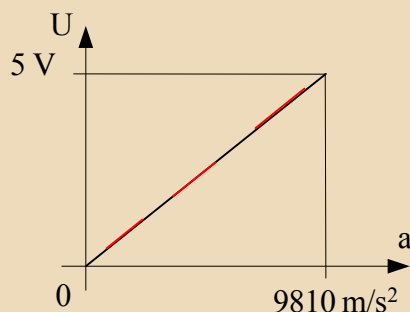
$$S = \frac{dx_k}{dx_b} \quad (6.13)$$

Lineáris eszköznél a kimenőjel és bemenőjel közötti kapcsolatot leíró egyenes meredeksége. Az S jelölés a Sensitivity=érzékenység szóból származik.

Példa. Egy gyorsulásadó méréstartomány (a legnagyobb mérhető gyorsulás értéke) $100g$ ($100 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$). A kimenőjel maximális értéke $5V$. Határozzuk meg a gyorsulásadó érzékenységét!

Lineáris eszközt feltételezve a kimenőjel bemenőjel szerinti deriváltjának értéke (a feszültség-gyorsulás jelleggörbe meredeksége) minden pontban állandó:

$$S = \frac{dU}{da} = \frac{\Delta U}{\Delta a} = \frac{5 - 0}{9810 - 0} = 0,005 \text{ V}/(\text{m/s}^2)$$



6.4.3. Felbontás

Arról ad felvilágosítást, hogy a bemenőjel két egymás melletti értéke milyen közel lehet egymáshoz, hogy a kimeneten két megkülönböztethető értéként jelenjen meg.

Lényegében a mérendő mennyiség azon változását jelenti, ami a mérőbe-
rendezéssel minimálisan megmérhető.

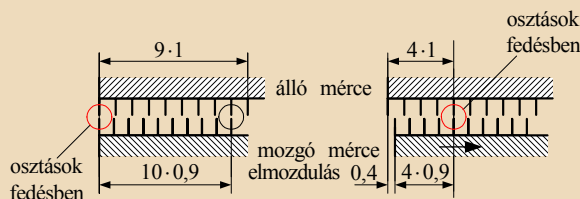
Néha az adatlapokon az olvasható, hogy a felbontás „gyakorlatilag végtelen”, ami arra utal, hogy erősítéssel a legkisebb jel is korlátlanul erősíthető. Tudni kell azonban, hogy az analóg jel mindig tartalmaz zajkomponenst is, ami a konkrét elektromos beépítési feltételektől is függ. A zajmérést ezért lehetőleg a szenzor beépített állapotában kell elvégezni.

Példa. Egy digitális fényképezőgép a 30 mm hosszú mérendő tárgy képét egy CCD érzékelőre képezi le, mely soronként 2000 pixelt (fényérzékelő elemet) tartalmaz. A kép az érzékelő teljes méretét kitölti. Határozzuk meg a felbontást!

A felbontás, vagyis jelen esetben a legkisebb érzékelhető méretváltozás értéke aránypárral kapható meg, ha figyelembe vesszük, hogy a leképezett kép érzékelhető változása 1 pixel.

$$\frac{30}{2000} = \frac{x}{1} \quad \underline{\underline{x = 0,015 \text{ mm}}}$$

Példa. Egy hossz mérésre alkalmas tolómérce a mérési értékek pontosabb leolvashatósága érdekében ún. Nóniusz-mércével van ellátva. Az álló mér-
cerész 9 mm hosszú szakasza a mozgó mércerészen 10 részre van feloszt-
va. Az álló és a mozgó mércerészek osztásainak különbsége tehát 0,1 mm.
A milliméter törtrészének leolvasása úgy történik, hogy megkeressük az
egymással fedésben lévő osztásvonalakat. Ahányadik osztásvonalak talál-
koznak, annyiszor 0,1 mm a mozgó mérce elmozdulása.



A mérőeszköz felbontása ezek szerint 0,1 mm, mert ekkora a legkisebb megkülönböztethető (leolvasható) méretváltozás.

6.4.4. Mérési pontosság

Különbséget kell tenni egy mérési eljárás pontossága és magának a szenzornak a mérési pontossága között. Általános szabály, hogy a mérőeszköz, illetve a mérési eljárás pontossága egy nagyságrenddel legyen nagyobb, mint a mérendő mennyiség megkívánt mérési pontossága.

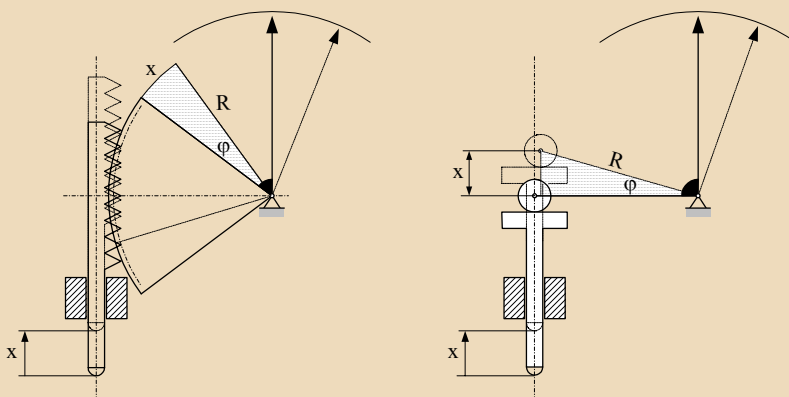
A hiba egy lehetséges osztályozási szempont szerint lehet *abszolút* és *relatív*, más szempont szerint *determinisztikus* (rendszeres) és *sztochasztikus* (véletlenszerű).

Az *abszolút hiba* egy aktuális mért érték eltérése a bemenőjel alapján várt „ideális” mért értéktől. Az abszolút hiba a mérendő mennyiséggel azonos mértékegységű. A *relatív hiba* általában a méréstartomány százalékában van megadva.

A *determinisztikus hibák* nagysága és előjele ismert, előre megadható, mivel azok magából a mérési elvből következnek.

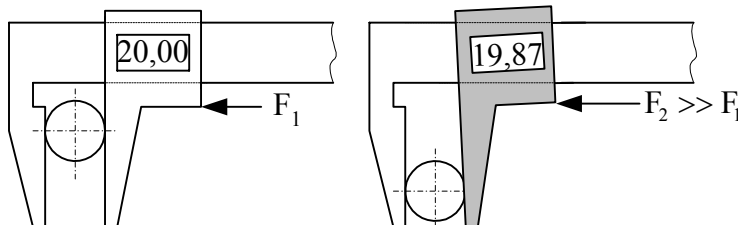
Példaként szolgál egy *szinusz-mechanizmussal* működő tapintófejes mérőműszer. A tapintó függőleges x elmozdulásának hatására az R sugarú kar (és a hozzá rögzített mutató) $\varphi = \arcsin(x/R)$ szöggel fordul el. A kapcsolat az elmozdulás és a mutató elfordulása között nemlineáris. Lineáris kapcsolatot a sokkal költségesebb fogasléc-fogasív áttétel alkalmazásakor kapnánk (bal oldali ábra), mivel itt $\varphi = x/R$. A szinusz-mechanizmus rendszeres, determinisztikus hibája az \arcsin függvény sorfejtésének felhasználásával

$$\Delta\varphi = \arcsin(x/R) - x/R \cong \frac{1}{6} \left(\frac{x}{R}\right)^3.$$



6.7. ábra

A *sztochasztikus hibák* nagysága és előjele előre nem tudható, mert véletlenszerűen lépnek fel. Például egy tolómérce mérési pontossága függ az alkalmazott mérőerőtől. Ez a mérést végző személytől erősen függ. (6.8. ábra)

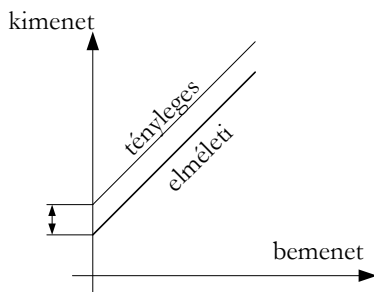


6.8. ábra

A továbbiakban ismerkedjünk meg néhány gyakori hibával.

Nullponthiba

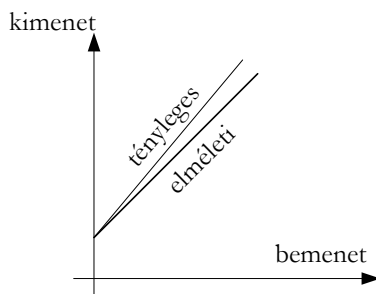
A jelleggörbe párhuzamos eltolódása, például hőmérsékleti drift (lassú hőmérsékletváltozás), vagy az alkatrészek öregedése következtében (9.7. ábra). Determinisztikus jellegű hiba, azaz előre számításba vehető és kompenzációval megszüntethető.



6.7. ábra. Nullponthiba

Merekségi hiba

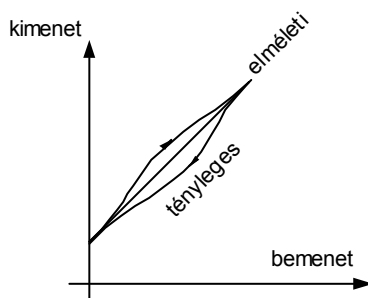
Hasonló okokra vezethető vissza, mint a nullponthiba. A jelleggörbe emelkedési szöge - a szenzor erősítése - eltér az elméleti értéktől (6.8. ábra).



6.8. ábra. Meredekségi hiba

Hiszterézis hiba

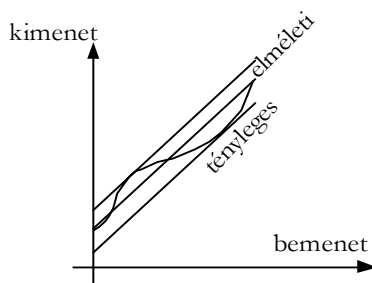
A kimenet nem csak a bemenőjeltől, hanem annak változási irányától is függ (6.9. ábra). Ilyen hibával találkozhatunk mágneses szenzoroknál, vagy *Coulomb*-súrlódás felléptekor.



6.9. ábra. Hiszterézishiba

Linearitási hiba

A jelleggörbe nem szigorúan lineáris lefutású, hanem az idealizált jelleggörbe (lásd később a regressziószámításnál) körül egy sávon belül mozog (6.10. ábra). Lehet determinisztikus jellegű, mikor a nemlinearitás magából a fizikai elvből származik, ekkor a hiba kompenzálható. Az is lehet, hogy például kopás következtében lép fel (pl. potenciométerben a vezetőréteg helyi ellenállás változása), ekkor kalibrálással sem érhető el eredmény. Szokásos a linearitási hibát a méréstartományra vonatkoztatva *relatív hibaként*, százalékosan megadni (lásd később a 6.13. ábrán).



6.10. ábra. Linearitási hiba

6.5. A linearitással összefüggő kérdések

Műszaki rendszerek osztályozásának egyik fő szempontja a linearitás kérdése. A lineárisan viselkedő berendezések működését lineáris algebrai, vagy differenciálegyenletek írják le, melyek megoldása viszonylag egyszerű. Ezért csekély nemlinearitás esetén is linearizált modellekkel élünk.

A rendszert lineárisnak mondjuk, ha teljesül a következő feltétel:

$$f(c_1x_1 + c_2x_2) = c_1f(x_1) + c_2f(x_2) \quad (6.14)$$

Például jelölje $f(x)$ a 3-mal való szorzás műveletét. Legyen $c_1=1$, $c_2=2$, $x_1=1$ és $x_2=2$. Ekkor a definíció szerint a $3(1 \cdot 1 + 2 \cdot 2) = 1 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 2$ egyenlőséget kapjuk, tehát az $f(x)=3x$ függvény lineáris.

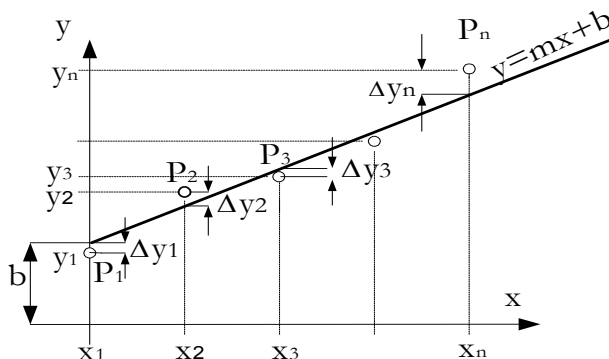
Ha azonban $g(x)=\sin x$, akkor $\sin(1 \cdot 1 + 2 \cdot 2) \neq 1 \cdot \sin 1 + 2 \cdot \sin 2$, vagyis a $g(x)=\sin x$ függvény nemlineáris.

A linearitással kapcsolatban két fontos kérdéssel foglalkozunk. Először a mérési pontokra legjobban illeszkedő egyenes meghatározásának lehetőségével, majd a munkaponti linearizáció kérdésével foglalkozunk.

6.5.1. Lineáris regresszió számítás

A mérési eredmények kiértékelésének egyik alapeladata a mérési pontokra legjobban illeszkedő, kellően „sima” görbe fektetése. Most csak a legegyszerűbb feladatot vizsgáljuk, mikor a méréssel kapott n darab $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2), \dots, P_n(x_n, y_n)$ pont közelítően egy egyenesen helyezkedik el. Az általánosan (x_i, y_i) mért értékek jelenthetik például egy elmozdulás mérő szenzor összetartozó elmozdulás-feszültség értékeit. A mérési pontokra való

egyenes fektetése történhet egyszerűen próbálkozással is úgy, hogy a vonalzót addig mozgatjuk, míg a rajzolt vonal „legjobban követi a pontok menetét” (6.11. ábra).



6.11. ábra. Egyenes illesztése a mérési pontokra

A feladat egzaktul is megoldható. Tételezzük fel, hogy a keresett egyenes egyenlete $y=mx+b$ alakú, egyelőre ismeretlen meredekséggel és tengelymetszettel. Az egyenes általában nem halad át a mérési pontokon. Például az i -dik x_i abszcisszájú pont y_i mért ordinátája az egyenes $y(x_i)$ helyen felvett mx_i+b ordinátájától $\Delta y_i=y(x_i)-y_i$ távolságra van.

Az egyenes egyenletében szereplő m és b paramétereket abból a feltételből határozzuk meg, hogy a pontok egyenestől való eltéréseinek négyzetösszege – a C célfüggvény értéke – minimális legyen. Innen ered az eljárás neve: „legkisebb négyzetek módszere”.

A célfüggvénynek legalább másodrendű polinomnak kell lenni, hogy legyen szélsőértéke. Ez az igazi oka, hogy a célfüggvényben nem az eltérések összege, hanem az eltérés-négyzetek összege szerepel. Számos szakirodalmi forrásban az eltérések előjelével indokolják a négyzetre emelés szükségességét, de a valódi ok az előbb említett tény.

A célfüggvény részletesebben kírva a következő:

$$C(m, b) = \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = (mx_1 + b - y_1)^2 + (mx_2 + b - y_2)^2 + \dots + (mx_n + b - y_n)^2 \quad (6.15)$$

A célfüggvényben az ismeretlen m és b értékeket úgy kell meghatározni, hogy a célfüggvénynek szélsőértéke (minimuma) legyen: $C(m,b) \rightarrow \text{minimum}$.

Mint tudjuk, egy kétváltozós függvénynek ott lehet szélsőértéke, ahol a függvény egyes paraméterek szerinti parciális deriváltjai külön-külön zérus értékűek:

$$\frac{\partial C(m,b)}{\partial m} = 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial C(m,b)}{\partial b} = 0 \quad (6.16)$$

Az m paraméter szerinti deriválást elvégezve:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(m,b)}{\partial m} &= 2(mx_1 + b - y_1)x_1 + 2(mx_2 + b - y_2)x_2 + \\ &\dots + 2(mx_n + b - y_n)x_n = 0 \end{aligned} \quad (6.17)$$

Kiemeléssel a következő összefüggést kapjuk:

$$m(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) + b(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - (x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n) = 0 \quad (6.18)$$

Egyszerűbb írásmóddal felírva:

$$m \sum x_i^2 + b \sum x_i - \sum x_i y_i = 0 \quad (6.19)$$

A célfüggvény „ b ” paraméter szerinti deriválása a következő eredményre vezet:

$$\frac{\partial C(m,b)}{\partial b} = 2(mx_1 + b - y_1) + 2(mx_2 + b - y_2) + \dots + 2(mx_n + b - y_n) = 0 \quad (6.20)$$

Kiemelések után a következő összefüggést kapjuk:

$$m \sum x_i + n \cdot b - \sum y_i = 0 \quad (6.21)$$

A (9.19) és (9.21) egyenletekből álló két ismeretlenes egyenletrendszer megoldásával az egyenes meredeksége (melyet műszerállandónak is neveznek) és tengelymetszete a következő összefüggésekkel számítható:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (6.22)$$

$$b = \frac{\sum y_i - m \sum x_i}{n} \quad (6.23)$$

A lineáris regresszió-számítást egy számpéldán is bemutatjuk.

Példa. A reflexiós optokapu egy bizonyos tartományban a tárgy távolságával arányos feszültséget ad. Négy pontban ($n=4$) mérve a tárgy távolságát és a feszültséget, az alábbi adatokat kaptuk:

x_i [mm]	0,5	1	1,5	2
U_i [V]	1,5	1,22	1	0,8

Feladat a mérési pontokat legjobban közelítő egyenes egyenletének meghatározása. A regressziós egyenes paramétereinek (meredekség, tengelymetszet) meghatározására szolgáló összefüggésekben szereplő szummák értékeit célszerű táblázatosan kiszámítani. A közölt példában a kimenet feszültség, ezért értelemszerűen $y_i=U_i$.

i	1	2	3	4	Σ
x_i [mm]	0,5	1	1,5	2	$\Sigma x_i=5$
x_i^2	0,25	1	2,25	4	$\Sigma x_i^2=7,5$
U_i [V]	1,5	1,22	1	0,8	$\Sigma U_i=4,52$
$x_i U_i$	0,75	1,22	1,5	1,6	$\Sigma x_i U_i=5,07$

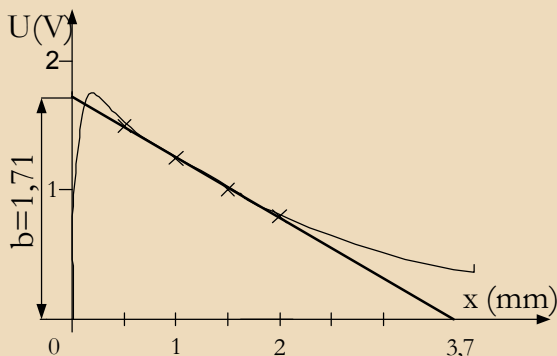
Az (9.22) összefüggés alkalmazásával az egyenes meredeksége:

$$m = \frac{n \sum x_i U_i - \sum x_i \sum U_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{4 \cdot 5,07 - 5 \cdot 4,52}{4 \cdot 7,5 - 5^2} = \underline{\underline{-0,46}} \text{ V / mm}$$

A tengelymetszetet (nullponteltolódást) a (9.23) összefüggésből kapjuk:

$$b = \frac{\sum U_i - m \sum x_i}{n} = \frac{4,52 - (-0,46) \cdot 5}{4} = \underline{\underline{1,71}} \text{ V}$$

A mérési pontokat a legkisebb négyzetes hibával közelítő $U = -0,46x + 1,71$ egyenletű egyenes a 6.12. ábrán látható. Megjegyzendő, hogy a láthatóan nemlineáris jellegű karakterisztika nagyobb tartományban egyenessel való közelítése csak jelentős hibával lehetséges.

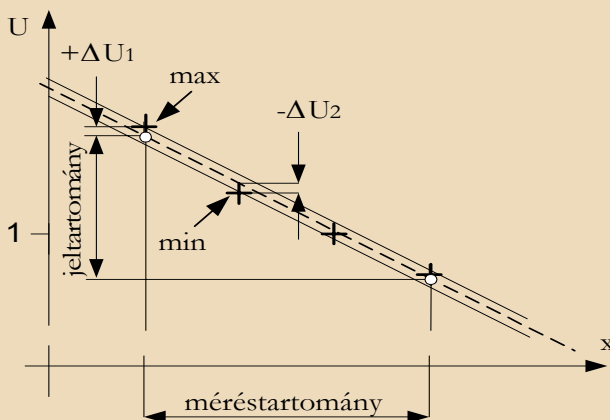


6.12. ábra. Reflexiós optokapu néhány összetartozó értéke

A regressziós egyenes ismeretében már vállalkozhatunk a linearitási hiba meghatározására is, amit a következő példán mutatunk be.

Példa. Az előző példa eredménye alapján határozzuk meg a szenzor linearitási hibáját a $0,5 < x < 2$ mm méréstartományban!

A linearitási hiba a lineáris karakterisztikától való legnagyobb jeletérés a méréstartományhoz tartozó jeltartományra vonatkoztatva (6.13. ábra).



6.13. ábra. Linearitási hiba értelmezése

Tekintsük a lineáris karakterisztikának az imént meghatározott regressziós egyenest, amit a 6.13. ábrán szaggatott vonallal jelöltünk. A linearitási hiba pozitív maximuma a regressziós egyenestől pozitív irányban mért $+\Delta U_1$ maximális eltérés és az 1,5 mm-es méréstartományhoz tartozó $U_{\max}=0,46 \cdot 1,5$ V jeltartomány hányadosa:

$$h_{f} = \frac{\Delta U_1}{U_{\max}} = \frac{1,5 - (-0,46 \cdot 0,5 + 1,71)}{0,46 \cdot 1,5} = \underline{\underline{0,029}}$$

A linearitási hiba negatív maximuma értelemszerűen

$$h_{la} = \frac{\Delta U_2}{U_{\max}} = \frac{1,22 - (-0,46 \cdot 1 + 1,71)}{0,46 \cdot 1,5} = \underline{\underline{-0,043}}$$

A felső és alsó eltérések nem pontosan egyeznek meg, hiszen a regressziós egyenes egyenlete négyzetes átlagolással lett megállapítva. A közelítő egyenes meredekségét megtartva, de függőlegesen kissé eltolva, a linearitási hiba szimmetrikusan is megadható, értéke $h_l = \pm 3,6\%$.

6.5.2. Függvénykapcsolat munkaponti linearizációja

A legtöbb fizikai elv a változók nemlineáris $f(x)$ kapcsolatával írható le. A nemlineáris kapcsolat általában problémát okoz, mert a berendezések működését leíró nemlineáris egyenletek megoldása sokkal körülményesebb, sőt sokszor zárt alakban nem is lehetséges.

Szerencsére a berendezések jelentős részének működési tartománya csak egy állandósult üzemiállapotot jellemző ún. munkapont szűk környezetére korlátozódik. Amennyiben a függvénykapcsolat folytonos függvénnyel írható le, akkor a munkapont környezetében a nemlineáris függvény érintőjével helyettesíthető. A matematikai megalapozottságot a függvények *Taylor*-sorba fejthetősége biztosítja. Egy folytonos és többször differenciálható $f(x)$ függvény az x_0 pontban sorba fejthető, a kapott függvény sor a pont környezetében jól becsülhető hibával közelíti az eredeti függvényt. A függvény az x_0 pont környezetében az alábbi *Taylor*-sorral helyettesíthető:

$$\begin{aligned}
 f(x) = f(x_0) + \frac{1}{1!} \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_0} (x - x_0)^2 + \\
 \dots + \frac{1}{i!} \frac{d^{(i)}f(x)}{dx^{(i)}} \Big|_{x=x_0} (x - x_0)^i + \dots
 \end{aligned} \quad (6.24)$$

Példa. Számítsuk ki $\sin(0,55)$ közelítő értékét!

Mivel a $0,55$ radiánhoz közeli $\pi/6 \cong 0,524$ radián (30°) szögfüggvényeinek értékeit ismerjük, ezért a függvényt $x_0 = \pi/6$ helyen fejthetjük sorba a következőképp:

$$\begin{aligned}
 \sin(0,55) = \sin(\pi/6) + \frac{1}{1!} \frac{d(\sin x)}{dx} \Big|_{x=x_0} (0,55 - \pi/6) + \\
 + \frac{1}{2!} \frac{d^2(\sin x)}{dx^2} \Big|_{x=x_0} (0,55 - \pi/6)^2 + \dots
 \end{aligned}$$

A sorfejtésnél felhasznált részletszámítások a következők:

$$f(x_0) = \sin x_0 = \sin(\pi/6) = 0,5$$

$$\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x_0} = \cos x \Big|_{x=x_0} = \cos(\pi/6) \cong 0,866$$

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_0} = -\sin x \Big|_{x=x_0} = -\sin(\pi/6) = -0,5$$

A sorfejtést csupán a harmadik tagig folytatva a következő eredményt kapjuk:

$$\sin(0,55) \cong 0,5 + \frac{1}{1!} 0,866 \cdot (0,55 - \pi/6) + \frac{1}{2!} (-0,5)(0,55 - \pi/6)^2 + \dots \cong \underline{\underline{0,5227}}$$

A kapott közelítő eredmény négy tizedes pontosságig megegyezik a pontos eredménnyel.

Amennyiben a *Taylor*-sornak csak az első két tagját tartjuk meg, a többi elhanyagoljuk, akkor lineáris összefüggést nyerünk az alábbiak szerint:

$$f(x) \approx f(x_0) + \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) \quad (6.25)$$

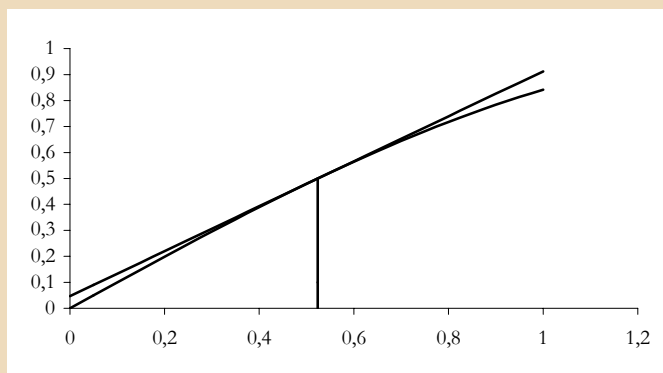
Az összefüggésben $df(x)/dx|_{x=x_0}$ nem más, mint a függvény érintőjének „m” meredeksége az x_0 pontban, maga az összefüggés pedig az egy ponton átmenő egyenes középiskolából ismert $y-y_0=m(x-x_0)$ egyenlete.

Példa. Linearizáljuk a $\sin x$ függvényt az $x_0=\pi/6$ pontban!

Az előző példát tekintve a két taggal történő sorfejtés eredménye, vagyis a görbe munkapontbeli érintőjének egyenlete a következő:

$$\sin x \cong 0,5 + 0,866 \cdot (x - \pi/6) \cong 0,866x + 0,0466$$

A 9.14. ábrán jól látható, hogy az érintő az $x_0=\pi/6$ munkapont közelében kis hibával közelíti a szinusz függvényt.



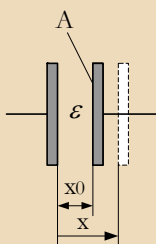
6.14. ábra. Szinusz függvény linearizálása az $x_0=\pi/6$ pontban

Felhívjuk a figyelmet arra a tényre, hogy a munkaponti linearizáció során a nemlineáris függvénykapcsolatot csupán az egyszerűbb matematikai kezelhetőség érdekében helyettesítjük lineáris összefüggéssel. A valóságos jellegű görbe változatlanul nemlineáris marad!

A munkaponti linearizáció nem tévesztendő össze a szenzor karakterisztikájának külső elemekkel (például diódahálózattal, vagy intelligens SMART szenzorokban numerikusan) történő linearizálásával, mikor nagy működési tartományban ténylegesen lineáris kapcsolatot teremtünk a bemenő és kimenő jelek között.

A munkaponti linearizáció módszerét egy kapacitív útmérő szenzor példáján mutatjuk be.

Példa. Egy síkkondenzátor egyik lemeze elmozdulhat a másikhoz képest. A lemezek felülete A , távolságuk nyugalmi helyzetben $x=x_0$. A lemezek közötti teret levegő tölti ki (6.15. ábra). Linearizáljuk a kapacitás-elmozdulás függvényt az x_0 munkapont környezetében!



6.15. ábra

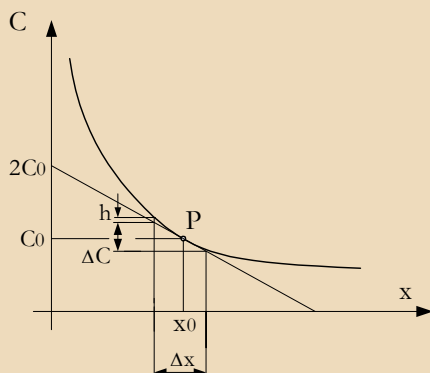
A síkkondenzátor kapacitása a

$$C(x) = \varepsilon_0 \frac{A}{x} \quad (6.26)$$

összefüggéssel számítható, vagyis a kapacitás a lemezek közötti távolság függvényében hiperbolikusan változik. A linearizált összefüggés az alábbi:

$$\begin{aligned} C(x) &= C(x_0) + \left. \frac{dC(x)}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) = \varepsilon \frac{A}{x_0} + \left(-\varepsilon \frac{A}{x_0^2} \right) (x - x_0) = \\ &= -\varepsilon \frac{A}{x_0^2} x + \frac{2\varepsilon A}{x_0} \end{aligned} \quad (6.27)$$

Az eredeti és a linearizált függvényt a 6.16. ábrán láthatjuk.



6.16. ábra. A jellegörbe egyenessel való helyettesítése.

Az érintő egyenes a P munkapont Δx környezetében láthatóan jól közelíti az eredeti görbét. Ha előírjuk, hogy a közelítés hibája ne haladja meg az 1 százalékot, akkor ebből a feltételből meghatározhatjuk a szenzor Δx megengedett mérési tartományát. A kapacitás változása a mérési tartományban

$$\Delta C = |m| \Delta x = \varepsilon \frac{A}{x_0^2} \Delta x$$

A lineáris közelítés hibája a maximális kapacitásváltozás 1 százaléka, vagyis

$$h_{max} = 0,01 \varepsilon \frac{A}{x_0^2} \Delta x$$

lehet. A függvény monotonitása következtében a legnagyobb eltérés a Δx intervallum bal oldali szélén lép fel. A „ h ” hiba ott az eredeti (6.26) és a linearizált (6.27) függvény különbsége az $x = x_0 - \Delta x/2$ helyen:

$$\varepsilon \frac{A}{x_0 - \frac{\Delta x}{2}} - \left[-\frac{\varepsilon A}{x_0^2} \left(x_0 - \frac{\Delta x}{2} \right) + \frac{2\varepsilon A}{x_0} \right] \leq 0,01 \varepsilon \frac{A}{x_0^2} \Delta x$$

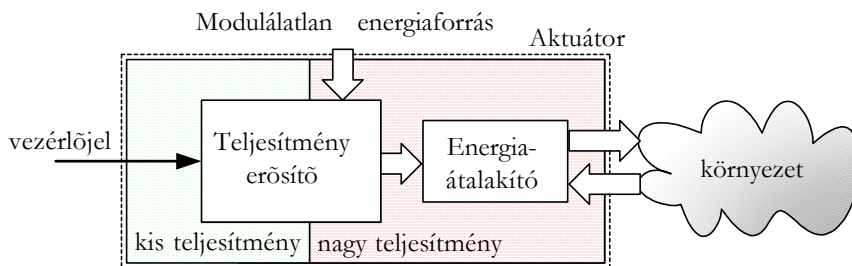
Egyszerűsítés és rendezés után a $\Delta x \leq 0,0392 x_0$ feltételt kapjuk. A szenzor megengedett működési tartománya 1 százalék hibahatár mellett a lemezek kezdeti távolságának mindössze négy százaléka!

Amennyiben a szenzor mérési tartományát ki akarjuk bővíteni, akkor a digitális jelfeldolgozás erre is módot ad. Egy memóriában eltároljuk az inverz nemlineáris $x(C)$ függvénykapcsolat összes lehetséges C értékéhez tartozó x értéket. A mért kapacitásértékek alapján az eltárolt értékek a memóriából egyszerűen kiolvashatók.

7. Aktuátorok

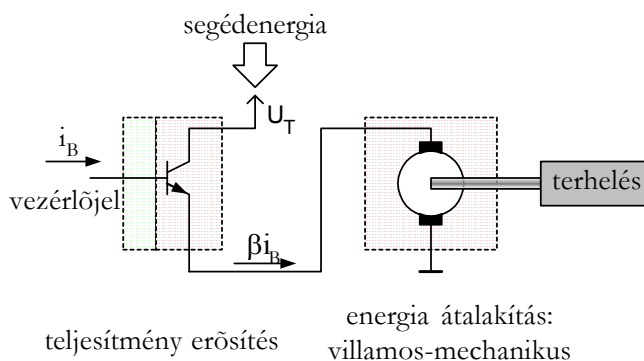
7.1. Aktuátorok felépítése

Az aktuátorok a mechatronikai rendszer hatásláncában a vezérlőberendezés és a befolyásolni kívánt folyamat, vagy rendszer között helyezkednek el. Feladatuk kinematikai mennyiségek (elmozdulás, sebesség, gyorsulás, szögelfordulás, szögsebesség, szöggyorsulás) és/vagy dinamikai hatások (erők, nyomatékok) létrehozása. Felépítésüket tekintve két fő részből, a teljesítményerősítóből és az energia átalakítóból (magából a beavatkozó szervből, a „motorból”) állnak (7.1. ábra). Az aktuátorok a teljesítmény erősítéséhez segédenergiát használnak fel, amit a kis energiájú vezérlőjellel modulálnak. Egyszerűbben szólva, a segédenergiát a vezérlőjel ütemében „vezérlik”. Az ily módon megnövelt energiájú villamos, hidraulikus, vagy pneumatikus jelet az energia átalakító mechanikai energiává alakítja át.



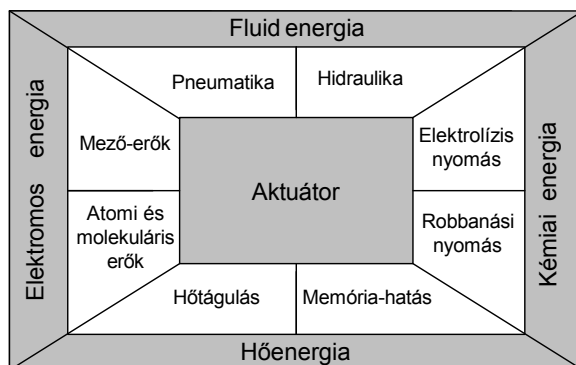
7.1. ábra. Aktuátor elvi felépítése.

A 7.2. ábra részletesebben mutatja be egy elektromechanikus aktuátor elvi működését. A teljesítményerősítést egy tranzisztor végzi, mely a kis energiájú bázisáramot nagyobb energiájú emitter árammá alakítja át, villamos segédenergia felhasználásával. A nagy energiájú jelet az elektromágneses elven működő DC motor alakítja át mechanikai energiává.



7.2. ábra. Elektromechanikus aktuátor felépítése

Az aktuátorokban felhasznált segédenergiák és az azok segítségével történő erőeltérési elvek nagyon változatosak lehetnek, amint az a 7.3. ábrán is látható.



7.3. ábra. Erőeltérési elvei és a segédenergia fajtái aktuátorokban

Az aktuátorok kimenetén rendelkezésre álló mechanikai energia haladó, vagy forgó mozgás létrehozását teszi lehetővé. Például haladó mozgásnál az erő és elmozdulás szorzataként rendelkezésre álló energia felhasználható nagy erő és kis elmozdulás, vagy kis erő és nagy elmozdulás párosításban. A különféle esetek létrehozása érdekében általában mechanikus átalakítókat (hajtóművek, orsók stb.) építenek az aktuátorok után.

7.2. Az aktuátorokkal szemben támasztott követelmények

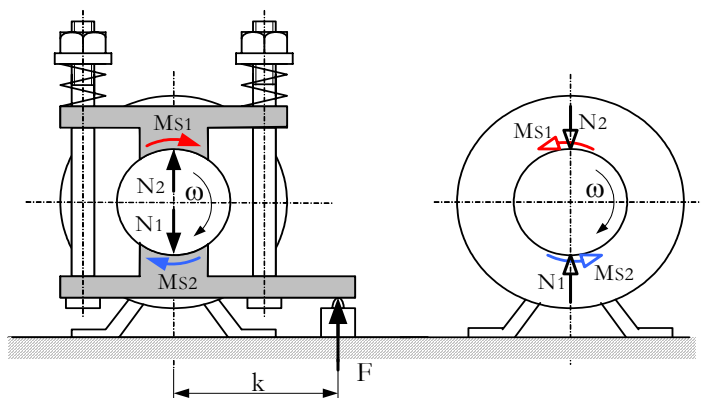
Az erő és munkagépekkel ellentétben az aktuátorokat és hajtásaikat nem tartós üzemben, hanem csak rövid ideig működtetik. Ezek a berendezések bizonyos pozíciókat nagyon pontosan vesznek fel és/vagy tartanak meg. Ezeket a speciális hajtásokat szervohajtásoknak, vagy pozícionáló rendszereknek nevezik. A következő követelményeknek kell eleget tenniük:

- Négynegyedes működés (hajtás és fékezés mindkét irányban)
- Nagy túlterhelhetőség
- Nagy felbontás a pontos pozícionálás elérésére
- Kedvező statikus tulajdonságok (lehetőleg lineáris áttétel, kis súrlódás, kotyogásmentesség)
- Gyors működés, jó csillapítás (kis időállandó, túllövés-mentes beállítás)
- Nagy sebesség- és fordulatszám-tartomány
- Nagy erő és nyomaték kifejtés, önzárás

7.3. Aktuátorok statikus jelleggörbéi

Amennyiben az aktuátor mozgásállapota huzamosabb ideig állandónak tekinthető, a berendezés üzemet statikusnak tekinthetjük. Az állandósult mozgásjellemzők (sebesség, szögsebesség) és a létrehozásukhoz szükséges erőhatások kapcsolatát a berendezések statikus jelleggörbéin tanulmányozhatjuk.

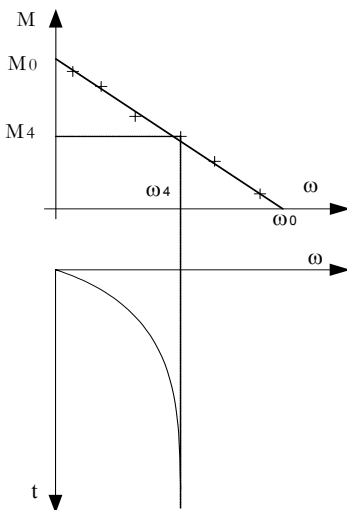
Tekintsünk aktuátorként egy forgó mozgást létrehozó DC motort. A motor által szolgáltatott nyomaték általában változik a szögsebesség függvényében. A kapcsolat úgy állapítható meg, hogy a motort alkalmas (súrlódó, örvényáramú, generátoros stb.) fékkel lefékezzük, miközben mérjük a fékező nyomatékot és a hozzá tartozó állandósult szögsebességet. A 7.4. ábrán látható súrlódó fék pófái a fékdobhoz változtatható N_1 és N_2 erővel szoríthatók hozzá az anyák állításával. A forgás közben a féktárcsán ébredő súrlódó erők $M_{S_1} + M_{S_2}$ nyomatéka fékezi a motort. A jobbra forgó motor a hatás-ellenhatás elvéből adódóan ugyancsak $M_{S_1} + M_{S_2}$ nagyságú, jobbra irányuló nyomatékkal akarja magával ragadni a fékszerkezetet, de azt az alátámasztásnál ébredő F erő megakadályozza. A fékszerkezetre ható súrlódó nyomatékkal az F és az $N_1 - N_2 = F$ erőkből álló erőpár $F \cdot k$ nyomatéka tart egyensúlyt.



7.4. ábra. Motor jelleggörbe felvétele súrlódó fékkel

Az F erő egy erőmérő szenzorral egyszerűen mérhető. A mérést különböző nagyságú fékező nyomatékokkal megismételve és az összetartozó nyomaték és szögsebesség értékeket felrajzolva kapjuk a motor statikus M_m – ω_m karakterisztikáját (7.5. ábra). A külső gerjesztésű DC motor statikus jelleggörbéje egyenes, melynek egyenlete

$$M = M_0 - \left(\frac{M_0}{\omega_0}\right)\omega. \quad (7.1)$$



7.5. ábra. Statikus jelleggörbe felvétele

A „statikus” jelző arra utal, hogy a jelleggörbe felvétele közben megvárják, míg a terhelés megváltoztatása után a szögsebesség állandósul. Ily módon a forgórész gyorsításához szükséges forgatónyomaték hatását kiküszöböljük. A 7.5. ábrán a beállított M_4 fékező nyomatékhoz tartozó állandósult ω_4 szögsebesség meghatározását ábrázoltuk. A motor tengelye bekapcsolás után T periódusidejű csillapodó lengéseket végez, majd néhány lengés után eléri az állandósult ω_4 szögsebességet.

Számos mechatronikai alkalmazásban a motorok szögsebessége igen gyorsan változik, a tehetetlenségi hatások ekkor semmi esetre sem hanyagolhatók el. Ilyenkor a motorok (aktuátorok) dinamikus viselkedését is figyelembe kell venni, ami már egyetlen jelleggörbével nem lehetséges. Későbbi tanulmányainkban a dinamikus hatásokkal részletesen foglalkozunk.

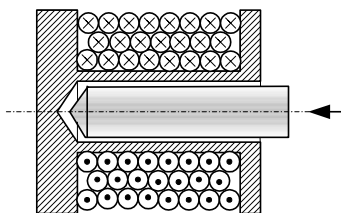
7.4. Elektromechanikus pozícionáló hajtások

A kis és közepes teljesítmény tartományban sokféle elektromechanikus hajtás létezik a legkülönbébb követelmények kielégítésére. Jó dinamikus tulajdonsággal és pozícionálási pontossággal rendelkeznek. A hidraulikus és pneumatikus rendszerekhez képest jó az összehatásfokuk.

Alkalmazásuknak a nagy dinamikai követelmények és nagy terhelő erők szabnak korlátot. Méretük viszonylag nagy a teljesítményükhöz képest.

7.4.1. Elektromágnes.

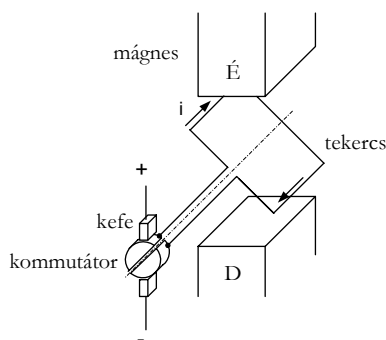
Kis elmozdulások gyors létrehozásához kedvező eszköz (pl. befecskendező rendszer). Kis távolságokon nagy erő kifejtésére képes. Az alapvetően erősen nemlineáris erő-elmozdulás jelleggörbe linearizálása érdekében a mágneskör kialakítását gondosan kell megtervezni. Az elektromágnes lágyvas anyagának telítődése korlátot szab a kifejtendő erőnek. A maximális mozgástartomány 10-25 mm



7.6. ábra. Elektromágnes

7.4.2. Kommutátoros egyenáramú motor

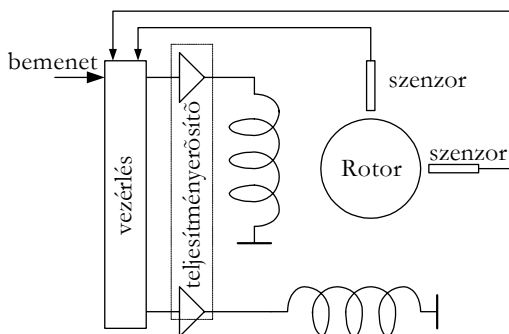
Szinte kizárólag állandó gerjesztésű (állandó mágneses, vagy mellékáramkörű) kivitelben alkalmazzák előnyös tulajdonságai miatt: az áramnyomaték kapcsolata lineáris, az elfordulási szögtől gyakorlatilag független, egyenletes szögsebesség, jó szabályozhatóság, kedvező dinamikus tulajdonságok, nagy fordulatszám tartomány. Az egyenáramú motor működésének sajátossága, hogy a forgó vezetőben fél fordulatonként meg kell fordítani az áram irányát, hogy a forgásirány változatlan maradjon (7.7. ábra). A feladatot megoldó mechanikus kommutátor hátrányos tulajdonsága a kopás és szikrázás. Ugyancsak problémás a hő elvezetése a rotorból.



7.7. ábra. DC motor működési elve

7.4.3. Elektronikusan kommutált (kefe nélküli) motor

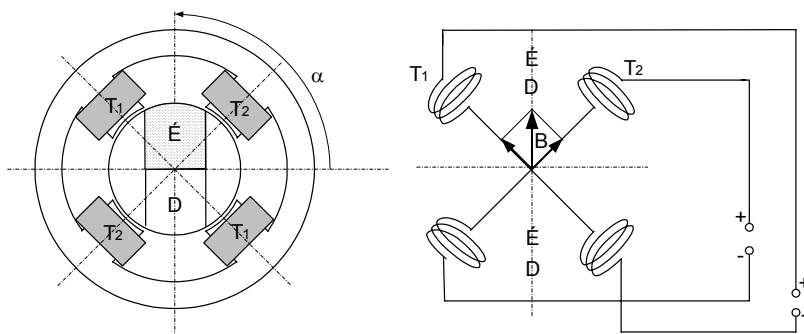
A kis és közepes teljesítményű egyenáramú motorok készülnek kefe nélküli kivitelben is. A forgórész állandó mágnesből készül, a gerjesztő tekercsek az állórészen vannak elhelyezve (7.8. ábra). A megfelelő állórész tekercs gerjesztését vezérlőelektronika végzi, figyelembe véve a forgórész pillanatnyi szöghelyzetét. A szöghelyzetet általában kisméretű *Hall*-elemek érzékelik. Mivel nincs mechanikus kommutátor, nincs szikrázás, a motor élettartama nagy. Előnyös tulajdonsága továbbá, hogy a hő sokkal jobban elvezethető az állórészen lévő tekercsekből, ezért a motor túlterhelhető. A forgórész tehetetlenségi nyomatéka kicsi, ezért kedvezők a motor dinamikus tulajdonságai. Ugyanakkor számos hátrányos tulajdonsága között megemlítendő a hullámzó forgatónyomaték és szögsebesség, valamint a bonyolult vezérlőelektronika és pozíciószensor-rendszer igénye, ezáltal magasabb ára.



7.8. ábra. Elektronikusan kommutált (kefe nélküli) motor elvi vázlata

7.4.4. Léptetőmotor

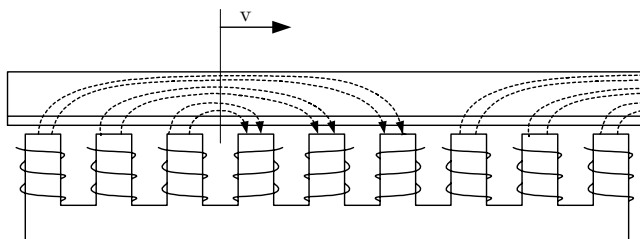
Vezérléses üzemmódban, kis teljesítmények esetén kedvezően alkalmazható, tipikus mechatronikai aktuátor. Az általában állandó mágneses forgórész a gerjesztő tekercsre kapcsolt áram irányától függően kialakuló eredő mágneses tér irányába áll be. A léptetőmotorok forgórészében a mágnes radiális, vagy axiális elrendezésű lehet. Előbbi nagy lépésszögek, utóbbi finomabb lépésszögek megvalósítására alkalmas. Nincs szükség pozíciószenzorokra, ezért a léptetőmotor olcsó. A működésre azonban jelentős befolyással van a terhelés, a mozgatott tömegek változása, a vibráció stb. Ezért a lépéstévesztés elkerülése érdekében erősen túlméretezik. Ha lépéstévesztés semmiképp nem engedhető meg, visszacsatolást is alkalmaznak, de akkor a léptetőmotoros hajtás elveszti előnyeit. Hátrányos tulajdonsága a rosszabb dinamikus viselkedés, kis teljesítménysűrűség (tömeg/teljesítmény) és hatások.



7.9. ábra. Léptetőmotor

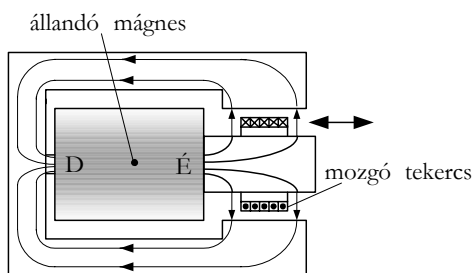
7.4.5. Lineármotor

A viszonylag új motorfajta tulajdonképpen egy kiterített aszinkron motornak is tekinthető. Több fajtája ismeretes. A 10.10. ábrán látható motor állórészének fogjaiban elhelyezett tekercsrendszer megfelelő gerjesztésével térben v sebességgel haladó mágneses tér hozható létre (7.10. ábra). Amennyiben a mozgó rész sebessége különbözik a mágneses tér sebességétől, a relatív sebesség (szlip) következtében a mozgó részben feszültség indukálódik. A kialakuló örvényáramok és a mágneses tér kölcsönhatásából mozgatóerő jön létre. Az erő nagysága és a csekély mozgatott tömeg jelentős gyorsulás elérését teszi lehetővé. Megfelelő útmérő rendszerrel és vezérléssel igen gyors és pontos mozgások valósíthatók meg például áramköri elemeket beültető gépekben történő alkalmazáskor.



7.10. ábra. Lineármotor működési elve

Másik gyakran alkalmazott megoldás lineáris mozgás létrehozására a hangszóróhoz hasonló, elektrodinamikus elven működő „voice-coil” motor (7.11. ábra). A mágneses körben az állandó mágnes B indukciót hoz létre. A tekercsbe áramot vezetve a mágneses tér és az áram kölcsönhatásaként keletkező erő mozgatja a tekercset. A tekercs kis tömege gyors mozgást tesz lehetővé. A tekercs hossza, illetőleg a mágnes geometriai mérete korlátozza a mozgástartományt.



7.11. ábra. „Voice-coil” motor

7.5. Fluid aktuátorok

Az ebbe a körbe tartozó hidraulikus és pneumatikus aktuátorok (munkahenger, membrán-motor, hidromotor) munkaközege folyadék (olaj) illetve gáz (levegő). Közös jellemzőjük a robusztus felépítés és a nagy teljesítménysűrűség. Kedvező tulajdonságuk, hogy közvetlen lineáris elmozdulást is képesek létrehozni. Rendszerdinamikai képességük sokkal jobb a villamos hajtásokénál. Hátrányuk viszont, hogy hatásfokuk rosszabb a villamos hajtásokénál, nehézkes a segédenergiával (tápnomás) való ellátottság, drágák az alkatrészek (szelepek, munkahengerek), korlátozott a pozicionálási pontosságuk ($<10\mu\text{m}$).

7.5.1. Pneumatika

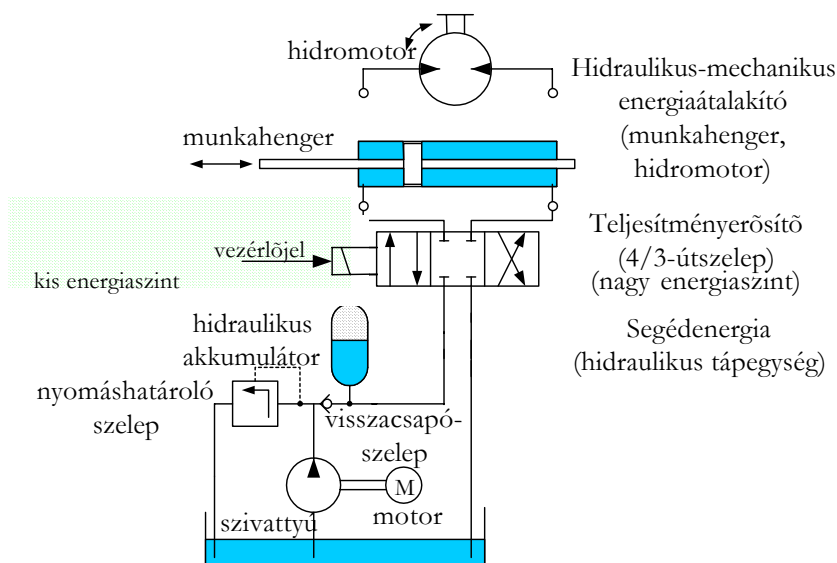
A levegő összenyomhatósága, kis viszkozitása nagy munkavégző képességet, nagy elmozdulási utakat és nagy működési sebességet tesz lehetővé néhány kN erő kifejtése mellett. Extrém üzemkörülmények között (magas hőmérséklet, piszok, robbanásveszély, túlterhelés) is megbízható a működés. A pneumatikus berendezések ár/teljesítmény viszonya kedvező. Ugyanakkor tisztán vezérléssel a pozicionálási pontosság korlátozott. Hátrányos továbbá, hogy a táplevegő előkészítést igényel, a súrlódás és az összenyomhatóság megnehezíti a szabályozást, csekély a rendszer merevsége.

7.5.2. Hidraulika

A hidraulikus aktuátorok által kifejtett erő nagy, ugyanakkor méretük és a mozgatott saját tömegük kicsi, ezért igen jó dinamikus tulajdonságokkal rendelkeznek. Előnyös továbbá a rendszer nagy merevsége, különösen a pneumatikus hajtásokhoz képest. A hidraulikus hajtásokban a lineáris mozgást lehetővé tevő munkahengereken kívül a forgó mozgást létrehozó hidromotoroknak különösen nagy jelentőségük van, mivel kis méretek és tehetetlenségi nyomaték mellett nagy forgatónyomaték kifejtésére képesek. A lineáris mozgást megvalósító munkahengerek esetében pozicionáló hajtásoknál igen nagy követelményeket kell teljesíteni a munkahenger és a dugattyú felületi minőségét illetően, hogy a nemkívánatos súrlódás és stick-slip (akadozó csúszás) jelenségét elkerüljük.

A hidraulikus rendszerek nagy költségűek. A 7.12. ábra egy hidraulikus rendszer felépítését mutatja. A hidraulikus segédenergia ellátásról villanymotorból, szivattyúból, visszacsapó szelepből, akkumulátorból és nyomáshatároló szelepből álló tápegység gondoskodik. Az aktuátor egyik fő

része a teljesítményerősítőként alkalmazott elektromágneses szelep (proporcionális, vagy szervó szelep), mely a kis energiájú villamos vezérlőjellel arányos olajnyomást hoz létre. Az aktuátor másik fő része haladó mozgásnál a munkahenger, vagy forgó mozgásnál valamilyen hidromotor (lapátos, axiáldugattyús, fogaskerék motor).



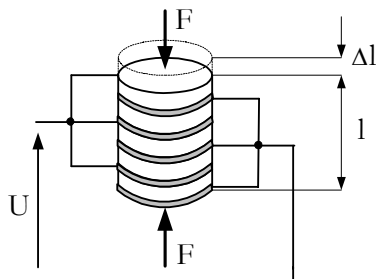
7.12. ábra. Hidraulikus rendszer felépítése

7.6. Újszerű aktuátorok

Az anyagtudományok eredményei és új technológiák bevezetése számos „nem hagyományos” aktuátor létrejöttét tette lehetővé. Az új kutatások eredményeiként létrejövő aktuátorok általában csak nagyon speciális területeken nyernek felhasználást. A felhasznált különleges anyagok magas ára, az esetenkénti rossz hatásfok és nagy időállandó az alkalmazásokat egyelőre még gátolja. Az újszerű aktuátorokat a következő táblázatban foglaltuk össze.

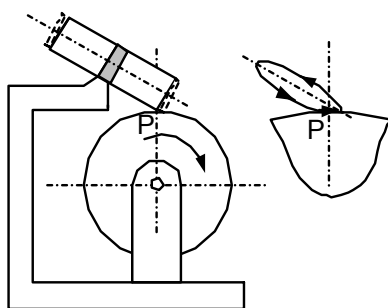
Erő létrehozás elve	Energia átalakító	Műszaki kivitel
Molekuláris erők (közvetlen energiaátalakító)	Piezoelektromos aktuátor	Piezo motor, hajlítás elvén működő aktuátor
	Magnetostriktív aktuátor	Lineáris aktuátor
	Elektroviszkózus folyadék	Vezérelhető csillapító
Memória hatás	Emlékező fém	Hajlító, csavaró elem, szelep
Hőtágulás	Bimetál	Hajlító elem
	Táguló elem	Membrán aktuátor
Kémiai reakcióerők	Elektrokémiai aktuátor	Pirotechnikai aktuátor
	Elektrokémiai cella	Membránaktuátor

A 7.13 és 7.14 ábrákon példát láthatunk **piezo aktuátorok** alkalmazására. Mivel egy tárcsa alakváltozása csekély, ezért több tárcsát sorba kapcsolva akár néhány milliméteres elmozdulás is létrehozható (7.13. ábra).



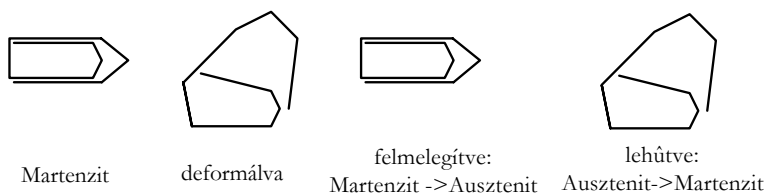
7.13. ábra. Lineáris elmozdulás létrehozásának elve piezo aktuátorral

A 7.14. ábrán egy piezomotor sematikus rajza látható. A piezokristályhoz rögzített rugalmas hasáb hosszirányú rezgéseket végez, miközben P pontja elliptikus pályát ír le. A tárcsával való érintkezés szakaszában forgatónyomatékot fejt ki.



7.14. ábra. Piezomotor

Az *emlékező fém* (NiTiNol, Memory Alloy) aktuátorként való alkalmazása az ötvözet martenzites és ausztenites szövetszerkezeti változásakor bekövetkező kristályszerkezeti változásokra vezethető vissza. Kb. 70-80°C hőmérsékletre melegítve az ötvözetet, az visszanyeri eredeti deformálatlan alakját (7.15. ábra). Szobahőmérsékletre visszahűlve ismét a deformált alakját veszi fel. Ezt a tulajdonságot felhasználva rendkívül egyszerű szerkezetű, általában huzalból készült aktuátorok készíthetők, például szelepek, robotmegfogók. A melegítést egyszerűen a huzalba vezetett villamos áram hőhatása végzi. A működési frekvenciának a visszahűlési idő szab korlátot. Kisméretű aktuátoroknál 1-2 Hz is elérhető. Természetesen az emlékező fémmel kifejtendő erő korlátozott. Az emlékező fém másik érdekes tulajdonsága a nagyfokú rugalmasság maradó deformáció nélkül.

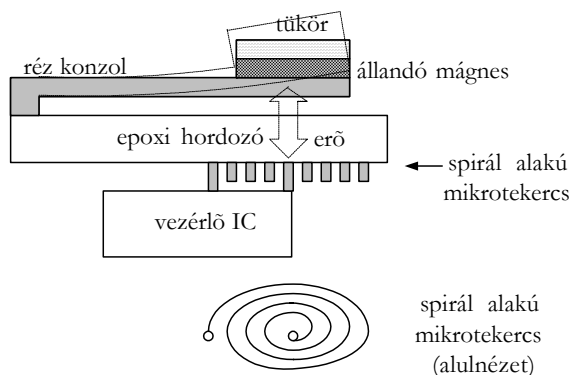


7.15. ábra. Emlékező fém

Az *elektroviszkózus folyadék* olyan szuszpenzió, melyben nemfémes részecskék villamosan nem vezető olajban vannak eloszlatva. Villamos tér hatására a folyadék a másodperc töredéke alatt megváltoztatja viszkozitását. A villamos tér fenntartása mindössze néhány watt teljesítményt igényel. Az elektroviszkózus folyadék olyan lengéscsillapítóknak alkalmazható, ahol a

csillapítási tényező értéke az útviszonyoknak megfelelően változtatható és ezzel a komfortérzet növelhető.

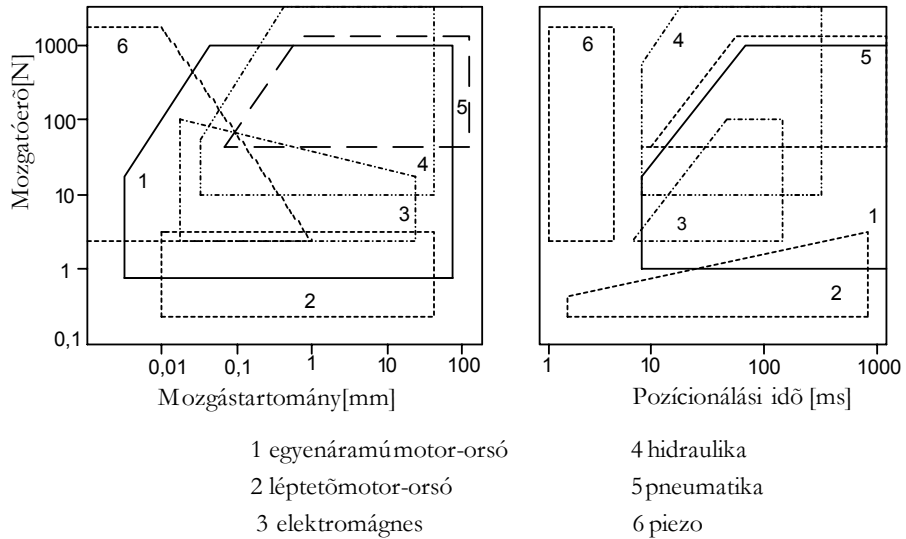
A nano és mikroméretű szerkezetek, a **MEMS** (Mikro-Electro-Mechanical Systems) alkalmazása a gyógyászatban, biotechnológiában, űrkutatásban stb. nagy jelentőségű. Az elektromechanikus mikroaktuátorok és mikroszenzorok készülhetnek hagyományos mikro-megmunkálási eljárásokkal és IC gyártási technológiával, valamint LIGA technológiával. A 7.16. ábrán bemutatott mikrotükör-aktuátor (például egy projektor fényeltérítő mátrixtömbjének egy szegmense) egy rugalmas konzolra szerelt állandó mágnesből, egy sík spirális tekercsből és a vezérlő IC-ből áll. Az egész szerkezet rétegelt epoxi hordozóból és néhány század milliméter vastagságú réz rétegekből álló lemezből készült maratással. A MEMS tervezése és gyártása képezi a mechatronika csúcsát, itt figyelhető meg legjobban a különböző típusú fizikai rendszerek magas fokú integrációja és szinergikus egymásra hatása.



7.16. ábra. Elektromágneses mikroaktuátor

7.7. Aktuátorok alkalmazási köre

A tervezőt dilemma elé állítja az aktuátorok széles választéka. Sok esetben ugyanarra a feladatra több jó megoldás is létezik, mint az a 7.17. ábra területének átfedéséből is látszik. A mozgató erő, a mozgástartomány és a pozícionálási idő függvényében – a teljesség igénye nélkül – az ábra segít kiválasztani a lehetséges megoldást.

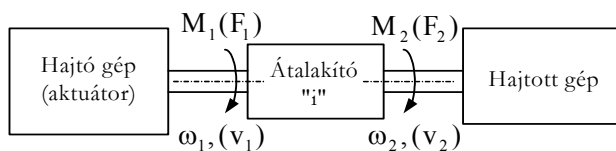


7.17. ábra. Aktuátorok alkalmazási köre Heimann-Gerth-Popp: Mechatronik c. könyve alapján

8. Mozgás-átalakítók a mechatronikában

Mechatronikai berendezésekben szinte minden esetben valamilyen haladó, vagy forgó mozgású tömeget kell mozgatni és valamely helyzetben pozícionálni. Gondoljunk egy szerszámgép szánszerkezetére, egy robot karjára, vagy egy kamera optikamozgató szerkezetére. A mozgásokat és erőket aktuátorokkal hozzuk létre, ám ezek közvetlenül ritkán alkalmasak a végcél megvalósítására. A mozgásokat és erőket valamilyen mozgás-átalakítóval illeszteni kell a hajtott berendezéshez, vagy folyamathoz.

A hajtó egységből (motorból), átalakítóból és hajtott egységből álló rendszert hajtásláncnak nevezzük.



8.1. ábra. Hajtáslánc általános felépítése

A következő részben áttekintjük a hajtáslánc elemeinek fontosabb kérdéseit.

A hajtott gép (szerszámgép, generátor, jármű, csővezeték stb.) nyomatékigénye szögsebességének függvényében szintén változik, mely kapcsolatot hasonlóan lehet kimérni, mint a motorok statikus jelleggörbéit. A hajtott gép (folyamat) egy tipikus M_g - ω_g jelleggörbéjét a 11.4. ábrán folytonos vonallal jelöltük.

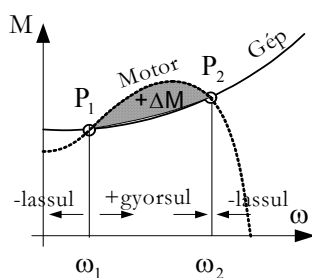
8.1. Gépcsoport munkapontja

Egyszerűség kedvéért először tekintsük azt az esetet, mikor a hajtó motor és a hajtott gép tengelye közvetlenül van egymáshoz kapcsolva. Állandósult üzemállapotban a hajtó gép forgatónyomatéka éppen megegyezik a hajtott gép (folyamat) által igényelt forgatónyomatékkal, ezért a forgórészek állandó szögsebességgel forognak.

Az állandósult szögsebesség és az átvitt forgatónyomaték által meghatározott üzemiállapotot munkapontnak nevezzük.

A munkapontban kialakult egyensúlyt legfeljebb kis külső vagy belső hatások zavarják meg, minek hatására a szögsebesség a munkaponti érték körül ingadozik.

A terhelés nyomatékigénye általában szintén változik a sebesség függvényében. A 8.2. ábrán vázolt „gép” jelleggörbe jellemző lehet például egy gépkocsira, aminek nyomatékigénye egy állandó gördülési ellenállásból és egy sebesség négyzetével arányos közegellenállásból tevődik össze (függetlenül eltolts másodfokú parabola). A hajtó és a hajtott gép szögsebessége annál az értéknél állandósul, ahol a motor hajtónyomatéka éppen meg egyezik a hajtott gép nyomatékigényével. A két nyomaték azonossága azonban még nem feltétlenül jelenti azt, hogy a két gép tartósan képes együtt dolgozni a munkapontban. Tételezzük fel azt az esetet, amikor a két gép a P_1 munkapontban üzemel és valamilyen oknál fogva (például külső fékező hatás miatt) a szögsebességük kissé lecsökken. A motor által kifejtett nyomaték ekkor kisebb lesz, mint az ehhez a szögsebességhez igényelt nyomaték, azaz az eredő ΔM nyomaték negatív lesz. A „dinamika alaptörvénye” értelmében a forgórészek ε szöggyorsulása is negatív lesz, tehát a forgórészek lassulni kezdenek. Ez a tendencia a P_1 munkaponttól balra végig fennáll, vagyis a gépek szögsebessége egyre csökken, végül leállnak. A P_1 munkaponttól kissé jobbra (egészen a P_2 pontig) viszont a motor által biztosított nyomaték nagyobb, mint a gép által igényelt nyomaték (ábrán sötétített terület), ezért a gépek gyorsulnak. Megállapíthatjuk, hogy a P_1 munkapont nem stabil üzemiállapota a gépeknek, mert a legkisebb külső zavarásra az új munkapont távolodik az eredeti munkaponttól, nem tér vissza az eredeti helyzetébe.



8.2. ábra. Munkapont stabilitása

Tekintsük most azt az esetet, mikor a gépek a P_2 munkapontban üzemelnek. Ha most valamilyen zavarás következtében kissé lecsökken a szögsebesség, a motor nyomatéka nagyobbá válik, mint az igényelt nyomaték, és a pozitív nyomatékkülönbség visszagyorsítja a forgórészeket a P_2 pontnak megfelelő szögsebességre. Ellenkező esetben, ha a szögsebesség megnő, a motor nyomatéka kisebb lesz a terhelő nyomatéknál, következésképpen a szögsebesség csökkenni kezd egészen addig, amíg a P_2 pontnak megfelelő szögsebesség helyreáll. Az egyensúlyi állapot megzavarása után visszaáll az eredeti állapot, tehát a munkapont stabil.

A munkapont stabilitása a motor és a hajtott gép jelleggörbéjének munkapontbeli meredekségi viszonyaitól függ.

A stabilitás feltétele, hogy a munkapontban a hajtott gép jelleggörbéjének meredeksége ($dM/d\omega$ deriváltja) nagyobb legyen, mint a hajtó gép jelleggörbéjének meredeksége.

8.2. Mozgás-átalakítók felosztása

A hajtó és hajtott gép – vagy sok esetben az aktuátor és a befolyásolni kívánt folyamat – mechanikai jellemzőit módosítani, egymáshoz illeszteni kell. Például ha az aktuátor (a motor) fordulatszámja túl nagy és nyomatéka túl kicsi ahhoz, hogy egy autót képes legyen elindítani, akkor módosítani kell a fordulatszámát és természetesen a teljesítmény állandóságá miatt a nyomatékát is, hogy a terhelésnek megfeleljen. A mechanikai jellemzők módosítását az átalakítók végzik, melyek a mozgásjellemzőket (sebesség, gyorsulás, szögsebesség), valamint az erőket és nyomatékokat alakítják át. Ilyen mozgás-átalakítók például a fogaskerék-hajtás, lánchajtás, szíjhajtás, fogasszíj-hajtás, orsó-anya, szalaghajtás, különféle bütykös és karos mechanizmusok, máltai kereszt stb. Az átalakítókban belül megkülönböztetünk transzformátorokat és váltókat. A transzformátorok azonos típusú mozgásjellemzők átalakítását végzik, azaz forgó mozgást forgó mozgássá alakítanak át. Ezzel szemben a váltók megváltoztatják a mozgásjellemzők típusát is. A következő táblázatban a mechanikus mozgás-átalakítók néhány típusát ábrázoltuk.

8.1. táblázat. Mechanikus mozgás-átalakítók felosztása

Transzformátor	forgó-forgó	fogaskerék-pár, lánchajtás, szíjhajtás, dörzshajtás, máltai-kereszt
	haladó-haladó	Karátétel
Váltó	forgó-haladó	Orsó-anya, fogaskerék-fogasléc, szinusz-mechanizmus

8.2.1. Fogaskerék-hajtás

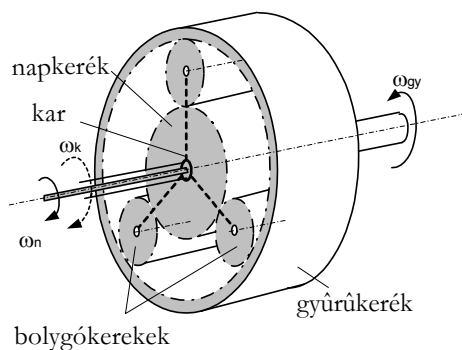
Gyakran alkalmazott átalakító, mely jó hatásfokú kényszerkapcsolatot teremt a hajtó és a hajtott gép között. Áttétele a kiskerék minimálisan szükséges fogszáma miatt korlátozott, egy fokozatban hatnál nagyobb áttétel ritka.



8.3. ábra. Fogaskerékpár

8.2.2. Bolygómű

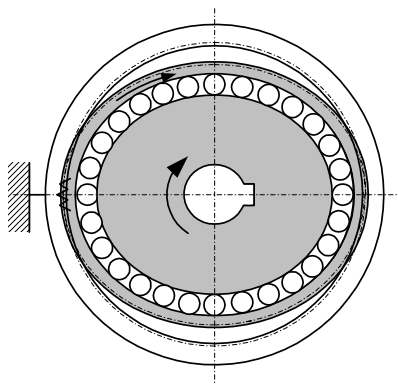
A bolygómű speciális fogaskerék hajtómű. Két szabadságfoka révén két behajtó tengely (pl. a napkerék és a kar) fordulatszámából képezi a kihajtó tengely (gyűrűkerék) fordulatszámát. Nyomatékosztásra is alkalmazható járművek differenciálművében. Tömör felépítése jó helykihasználást biztosít. A 8.4. ábrán látható bolygómű fogaskerekeit egyszerűség kedvéért hengerekkel ábráztuk.



8.4. ábra. Bolygómű

8.2.3. Hullámhajtómű

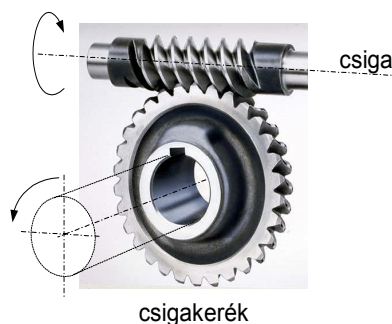
A hullámhajtómű rugalmas, fogazott gyűrűje az ovális generátor körbeforgatásakor a belső fogazatú keréken gördül le. Előnyös tulajdonsága, hogy egy fokozattal nagy lassító áttétel érhető el.



8.5. ábra. Hullámhajtómű.

8.2.4. Csigahajtás

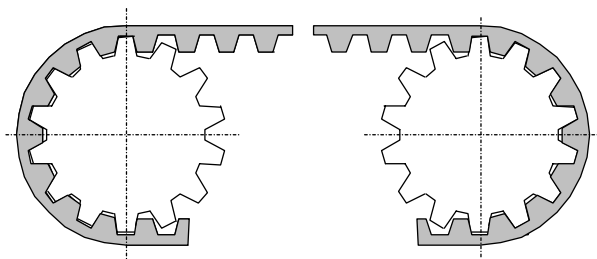
A csigahajtással nagyobb áttétel valósítható meg egymásra merőleges, kitérő tengelyek között. A csigakerék egyetlen körülfordulásához az egy bekezdésű csigának annyi fordulatot kell megtennie, mint a csigakerék fogszáma. Mivel a csiga és a csigakerék érintkező felületeti csúsznak egymáson, a hatásfok nagyon rossz. Különleges tulajdonsága a csigahajtásnak az önzárás, ami azt jelenti, hogy a csiga tudja hajtani a csigakereket, de fordítva nem.



8.4. ábra. Csigahajtás

8.2.5. Bordásszíjas hajtás

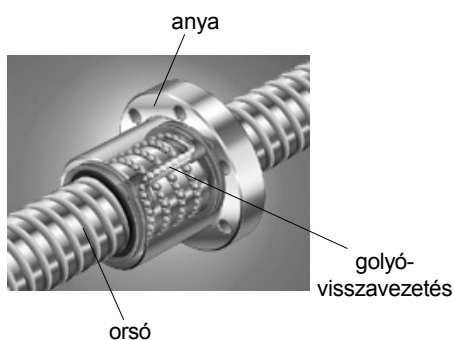
Nagyobb tengelytávok áthidalására alkalmas. A szíj és a kerek bordái kényszerkapcsolatot biztosítanak, miközben a hajtás rugalmas marad. Az áttétel a hajtott és a hajtó tárcsa fogszámának arányától függ. Némely esetben (nyomtató, plotter) a szíjat egyenes vonalú mozgás létrehozására is használják.



8.4. ábra. Bordásszíj

8.2.6. Orsó-anya áttétel

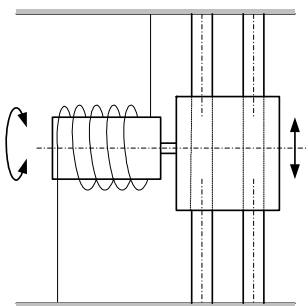
Gyakran alkalmazott átalakító, mely az orsó forgó mozgását az anya haladó mozgásává alakítja át. A pontosság és a hatásfok növelése érdekében újabban a köszörült orsó és az anya menetei között a terhelést gördülve mozgó golyók adják át.



8.5. ábra. Golyósorsó

8.2.7. Vonóelemes hajtás

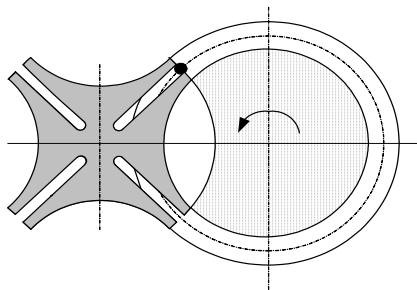
A köznapi életből ismert szíj és lánchajtáson kívül léteznek speciális vonóelemes hajtások is. A 8.6. ábrán bemutatott acélhuzalos hajtásnál a motor tengelyére csavart acélhuzal fel- és letekeredése biztosítja a kocsí haladó mozgását.



8.6. ábra. Acélhuzal vonóelemes hajtás

8.2.8. Máltai-kereszt

Szakaszos mozgás megvalósítására szolgál a máltai-kereszt. A jobb oldali tárcsa egyszeri körülfordításakor a máltai-kereszt negyed fordulatot tesz meg, miközben a periódusidő nagy részében állandó szöghelyzetben marad. Mechanizmusok gyakori eleme, régebben a mozigépekben a film koc-kánkénti továbbítását is ez végezte.



8.7. ábra. Máltai-kereszt

8.3. Az áttétel, mint az átalakító jellemzője

Az átalakítók jellemző paramétere az áttétel, amit leggyakrabban kinematikailag értelmezzünk.

Áttétel alatt a bemenő oldali mozgásjellemező (elmozdulás, elfordulási szög, illetve sebesség, szögsebesség) és a kimenő oldali mozgásjellemező hányadosát értjük. Matematikailag megfogalmazzva

$$i = \frac{\omega_{be}}{\omega_{ki}}. \quad (8.1)$$

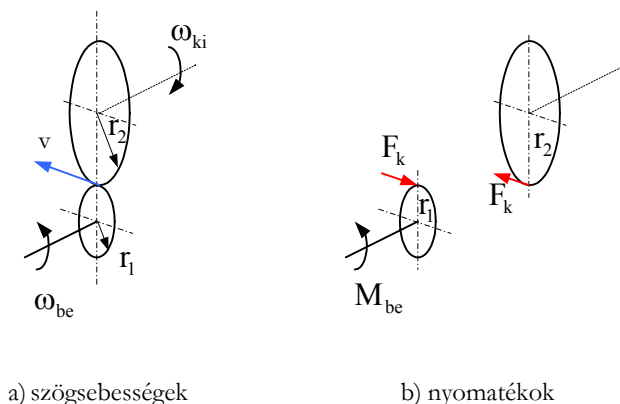
Az átalakítók áttételét belső felépítésük, geometriai jellemzői határozzák meg. Az átalakítók többségének áttétele állandó (pl. fogaskerékpár), kisebb részüknél az áttétel változó (pl. máltai kereszt), vagy változtatható (pl. többfokozatú sebességváltó).

A két leggyakoribb átalakító áttételének meghatározásával részletesebben is foglalkozunk.

8.3.1. Fogaskerékhajtás áttétele

Először az ideális, veszteségmentes fogaskerékhajtás áttételének meghatározásával foglalkozunk (8.8. ábra).

A vizsgálatokban tökéletesen merev szerkezeti elemek súrlódásmentes kapcsolatát tételezzük fel.



a) szögsebességek

b) nyomatékok

8.8. ábra. Fogaskerék-hajtás áttétele

A fogaskerek érintkezési pontjában a kerületi sebességek megegyeznek, ezért a 8.8. ábra jelöléseivel

$$v = r_1 \omega_{be} = r_2 \omega_{ki} \quad (8.2)$$

ahol r_1 és r_2 a fogaskerek gördülőköréi. Az áttétel $i = \omega_{be} / \omega_{ki}$ definícióját alkalmazva, a (11.2) összefüggésből kifejezhetjük a szögsebességek arányát:

$$i = \frac{\omega_{be}}{\omega_{ki}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (8.3)$$

A gördülőkörök $r_1 = mz_1$ és $r_2 = mz_2$ sugarai azonban arányosak a fogszámokkal (arányossági tényező a fogak „nagyságára” jellemző m modul), ezért a fogaskerék-hajtás áttétele legegyszerűbben a fogszámokkal fejezhető ki.

A fogaskerék-hajtás áttétele:
$$i = \frac{z_2}{z_1} \quad (8.4)$$

Amennyiben $i > 1$, lassító áttételről beszélünk.

A fogaskerék-hajtás nem csak a tengelyek szögsebességeit, hanem az átvitt nyomatékot is módosítja. A „hatás-ellenhatás elvének” értelmében a hajtó és a hajtott fogaskeréken a kapcsolódó fogakra ható F_k kerületi erő-

komponensek nagysága azonos, tehát ugyanakkora nagyságú, ellentétes értelmű F_k erő forgatja a hajtott fogaskereket is. Ha a hajtó fogaskerekre ható erőrendszer $M_{be} - F_k r_1 = 0$ nyomatéki egyensúlyi egyenletéből kifejezzük az F_k kerületi erőt, akkor ezzel felírhatjuk a hajtott oldalra ható forgatónyomatékot (8.8. ábra):

$$M_{ki} = F_k r_2 = \frac{M_{be}}{r_1} r_2 \quad (8.5)$$

Az áttétel (8.3) definícióját alkalmazva, a (8.3) összefüggésből a nyomatékok aránya is kifejezhető:

$$\frac{M_{be}}{M_{ki}} = \frac{1}{i} \quad (8.6)$$

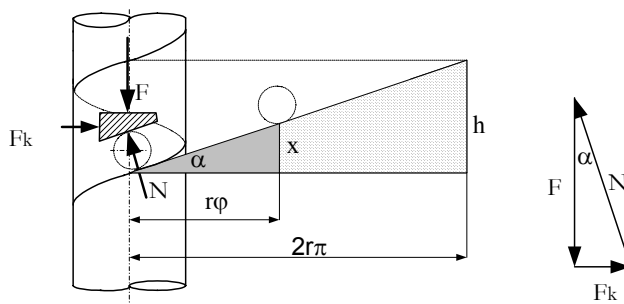
A lassító áttétel alkalmazásával tehát növelni lehet a hajtott gépnek átadott nyomatékot. Ideális, veszteség nélküli fogaskerék-hajtásra a P_{be} bemeneti és a P_{ki} kimeneti teljesítmény megegyezik, amint az a levezetésből is látszik:

$$M_{be} \omega_{be} = \left(\frac{M_{ki}}{i} \right) (i \omega_{ki}) = M_{ki} \omega_{ki} \quad (8.7)$$

8.3.2. Orsó-anya hajtás áttétele

Az ideális orsó-anya pár áttétele a hajtó orsó φ elfordulási szögének és az anya x tengelyirányú elmozdulásának hányadosaként értelmezhető: $i = \varphi / x$. Az áttétel meghatározásához induljunk ki abból az ismert tényből, hogy az orsó nem más, mint egy r sugarú hengerre tekert α hajlásszögű lejtő (8.9. ábra). A lejtő hajlásszögének (az orsó menetemelkedési szögének) tangensét úgy számíthatjuk ki, ha a b menetemelkedést – két menet közötti távolságot – elosztjuk az orsó kerületével.

Miközben az orsó egy teljes körülfordulást végez ($\varphi = 2\pi$ radián), addig az anya menetemelkedésnyi utat ($x = b$) tesz meg, ha az orsó axiális mozgását, valamint az anya elfordulását megakadályozzuk. Tetszőleges φ elfordulási szögnek viszont x elmozdulás felel meg (8.9. ábra sötétített háromszögei).



8.9. ábra. Csavar származtatása és erőhatások az anyán

A háromszögek közötti hasonlóságot aránypárral felírva kifejezhetjük az áttételt:

$$\frac{r\varphi}{2r\pi} = \frac{x}{h} \quad \Rightarrow \quad i_o = \frac{\varphi}{x} = \frac{2\pi}{h} \quad (8.8)$$

Az orsó-anya átalakító áttétele

$$i_o = \frac{2\pi}{h} \quad (8.9)$$

Az áttétel a sebességekre is azonos, amit beláthatunk a (8.8) egyenlet idő szerinti deriválásával (vegyük figyelembe, hogy konstans deriváltja=0):

$$\left(\frac{\varphi}{x}\right)^{\cdot} = 0 \rightarrow \frac{\dot{\varphi}x - \varphi\dot{x}}{x^2} = 0 \rightarrow \omega x = \varphi v \rightarrow \frac{\omega}{v} = \frac{\varphi}{x} = i \quad (8.10)$$

Az áttétel természetesen az erőhatásokat is módosítja. Az egyszerűség kedvéért tekintsük úgy, hogy az álló orsón forgatjuk az anyát. Az anyára ható erőket egyetlen pontba koncentráljuk (ábrán vonalkázott részlet). Az anyára axiálisan működtetett F erő ellenében az anyát $F_k = M/r$ kerületi erővel tudjuk elfordítani. Az anyára ható három erő egyensúlyát a vektorábra szemlélteti. A vektorábrából a tengelyirányú és a kerületi erő kapcsolata (8.9. ábra):

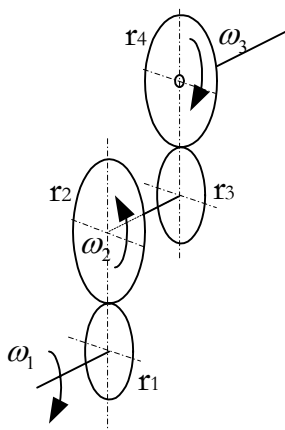
$$F = \frac{F_k}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{M/r}{h/2r\pi} = \frac{2\pi}{h} M \quad (8.11)$$

A hajtó nyomaték és az anyára ható tengelyirányú erő aránya innen

$$\frac{M}{F} = \frac{1}{i_o} \quad (8.12)$$

8.3.3. Sorosan kapcsolt áttételek eredője

Gyakran olyan nagy áttételre van szükség, melyet nem lehetséges egyetlen fokozatban létrehozni. Példaként említhetjük egy olyan programvezérlő (időkapcsoló) dobját, mely egy nap alatt csupán egyszer fordul körbe. Ilyen esetben megoldást jelenthet, ha több hajtóművet kapcsolnak egymás után. Az eredő áttétel meghatározását kétfokozatú fogaskerékhajtáson mutatjuk be, az eredményt pedig általánosítjuk. Tekintsük a 8.10. ábrát!



8.10. ábra. Sorba kapcsolt áttételek eredője

Az r_2 és r_1 sugarú fogaskerekekből álló első fokozat kihajtó tengelye össze van kapcsolva az r_4 és r_3 fogaskerekekből álló második fokozat behajtó tengelyével. Az első fokozatra az áttétel

$$i_1 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (8.13)$$

A második fokozatra felírva az áttételt és a közepső (közlő) tengely szögsebességét kifejezve

$$i_2 = \frac{\omega_2}{\omega_3} \Rightarrow \omega_2 = i_2 \omega_3 \quad (8.14)$$

Az ω_2 szögsebesség értékét a (8.13) egyenletbe helyettesítve az

$$i_1 = \frac{\omega_1}{i_2 \omega_3} \quad (8.15)$$

összefüggést nyerjük, ahonnan az eredő áttétel kifejezhető:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_1 i_2 \quad (8.16)$$

Az eredő áttétel tehát az egymás után következő áttételek szorzata. Ez a megállapítás tetszőleges fajtájú áttételre is érvényes.

8.4. Mozgás-átalakítók hatásfoka

A valóságos mozgás-átalakítóknál fellépő súrlódás, valamint az alkatrészek rugalmas deformációja következtében a kimeneti oldalon mérhető teljesítmény kisebb, mint a bemeneti oldalon. Az átalakító „jóságát” a hatásfokával vehetjük számításba, amit a következő módon definiálunk:

$$\eta = \frac{P_{ki}}{P_{be}} = \frac{M_{ki} \omega_{ki}}{M_{be} \omega_{be}} \quad (8.17)$$

A hatásfok egynél kisebb szám. A hatásfokot vagy a szögsebességek arányára (kinematikai hatásfok), vagy a nyomatékok arányára (dinamikai hatásfok) értelmezhetjük.

8.4.1. Kinematikai (alakzáró) kényszerkapcsolat

A tökéletesen merev alkatrészek kinematikai kényszerkapcsolata következtében a szögsebességek aránya az elméleti kinematikai áttételnek megfelelően alakul, viszont a nyomatékok arányában eltérés mutatkozik a súrlódási veszteségek miatt. Ez az eset a fogaskerék-fogaskerék, orsó-anya hajtások esetén. A (8.17) összefüggést átírva az átalakító hatásfoka a következő:

$$\eta = \eta_d = \frac{M_{ki}}{M_{kielm}} = \frac{\frac{M_{ki}}{M_{be}}}{\frac{M_{kielm}}{M_{be}}} = \frac{M_{ki}}{i} \rightarrow \frac{M_{be}}{M_{ki}} = \frac{1}{\eta_d i} \quad (8.18)$$

miközben $\omega_{ki} = \frac{\omega_{be}}{i}$ kapcsolat teljesül.

8.4.2. Erőzáró kapcsolat

Ilyen esettel találkozunk például szíjhajtás esetében. A hatás-ellenhatás elvének értelmében a szíj a hajtó és a hajtott szíjtárcsákra azonos kerületi erőt fejt ki. A hajtó- és hajtott oldali nyomatékok arányára tehát teljesül az elméleti áttételi viszony, viszont a szerkezeti elemek rugalmas deformációja következtében a szögsebességek arányára nem áll fenn az elméleti áttételi viszony. A (8.17) összefüggés alkalmazásával a hatásfok

$$\eta = \eta_k = \frac{\omega_{ki}}{\omega_{kielm}} = \frac{\frac{\omega_{ki}}{\omega_{be}}}{\frac{\omega_{kielm}}{\omega_{be}}} = \frac{\omega_{be}}{\frac{1}{i}} \rightarrow \frac{\omega_{be}}{\omega_{ki}} = \frac{i}{\eta_k} \quad (8.19)$$

miközben $M_{ki} = iM_{be}$ kapcsolat teljesül.

Szokás a szögsebességek arányának elméleti értéktől való eltérésére a „szlip” (csúszás) fogalmát bevezetni, jóllehet a szögsebesség-arány módosulásáért sokkal kevésbé felelős a szíj tárcsán való megcsúszása, mint a szíj terhelés alatti nyúlása.

A szlip a névleges szögsebességre vonatkoztatott százalékos szögsebesség eltérés.

$$s = \frac{\omega_{ki,elm} - \omega_{ki}}{\omega_{ki,elm}} = \frac{\frac{\omega_{be}}{i} - \omega_{ki}}{\frac{\omega_{be}}{i}} = \frac{\omega_{be} - i\omega_{ki}}{\omega_{be}} \quad (8.20)$$

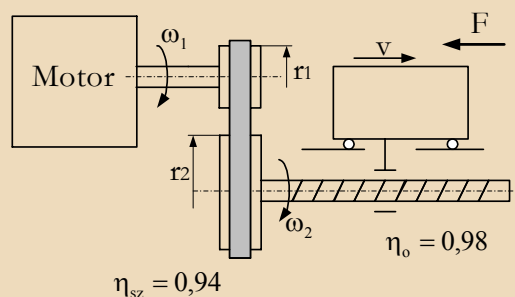
Átrendezve (8.21)-t, a következő összefüggést nyerjük:

$$\frac{\omega_{\text{be}}}{\omega_{\text{ki}}} = \frac{i}{1-s} \quad (8.21)$$

Összehasonlítva (8.21) és (8.19) összefüggéseket, a hatásfok és a szlip között egyszerű kapcsolat mutatható ki:

$$\eta = 1 - s \quad (8.22)$$

Példa. A motor $r_1=50\text{mm}$ és $r_2=100\text{mm}$ sugarú szíjtárcsákon átvetett szíjjal és $b=50\text{mm}$ menetemelkedésű golyósorsóval mozgatja a szerszámgép szánszerkezetét. A szíjhajtás szlipje 6% ($s=0,06$), az orsó-anya átalakító hatásfoka $\eta_o=0,98$. A motor $\omega=500$ rad/s szögsebességgel forog és $P=1\text{kW}$ teljesítményt ad le. Határozzuk meg az asztal v sebességét és az F forgácsoló erőt!



8.11. ábra. Összetett hajtáslánc hatásfoka

A tömegek nem gyorsulnak, a motor teljesítménye a forgácsolásra és a veszteségek fedezésére fordítódik. Az orsó-anya pár áttétele $i_o=2\pi/b=125,66$ rad/m értékű, a szíjhajtás elméleti áttétele $i_{sz} = r_2 / r_1 = 2$. Az eredő kinematikai áttétel számításakor figyelembe vesszük, hogy az orsó-anya áttétel alakzáró ($\eta_{ok} = 1$), míg a szíjhajtás erőzáró ($\eta_{szk} = 0,94$). Az eredő áttétel a kinematikai hatásfokokkal figyelembe vett rész-áttételek szorzata, ahonnan az asztal sebessége kifejezhető:

$$\frac{\omega_{\text{mot}}}{v} = \frac{i_{sz}}{\eta_{szk}} \cdot \frac{i_o}{\eta_{ok}} \rightarrow v = \frac{\eta_{szk}}{i_{sz}} \cdot \frac{\eta_{ok}}{i_o} \omega_{\text{mot}} = \frac{0,94 \cdot 1}{2 \cdot 125,66} 500 = 1,87 \text{ m/s}$$

A forgácsolásra fordítódó erő számításakor a szíj csúszása nem befolyásolja az erőket ($\eta_{szd} = 1$), ellenben a csavar-anya hajtás hatásfoka a súrlódási veszteség következtében $\eta_{od} = 0,98$. A motor nyomatéka a teljesítményből számolva $M_{mot} = P / \omega_{mot} = 2 \text{ Nm}$.

$$\frac{M_{mot}}{F} = \frac{1}{\eta_{szd} i_{sz}} \cdot \frac{1}{\eta_{od} i_o} \rightarrow F = \eta_{szd} \eta_{od} i_{sz} i_o M_{mot} = 1 \cdot 0,98 \cdot 2 \cdot 125,66 \cdot 2 = \underline{\underline{492,59 \text{ N}}}$$

A hasznos, forgácsolásra fordítódó teljesítmény

$$P_h = Fv = 492,59 \cdot 1,87 = \underline{\underline{921,2 \text{ W}}}$$

Ha az előzőekben a v és F számítására vonatkozó összefüggéseket alkalmazzuk, akkor a kimenő teljesítmény:

$$\begin{aligned} P_h &= [i_{sz} (\eta_{od} i_o) M_{mot}] \left[\left(\frac{\eta_{szk}}{i_{sz}} \right) \cdot \frac{1}{i_o} \omega_{mot} \right] = \eta_{od} \eta_{szk} P_{be} = \\ &= 0,94 \cdot 0,98 \cdot 1000 = \underline{\underline{921,2 \text{ W}}} \end{aligned}$$

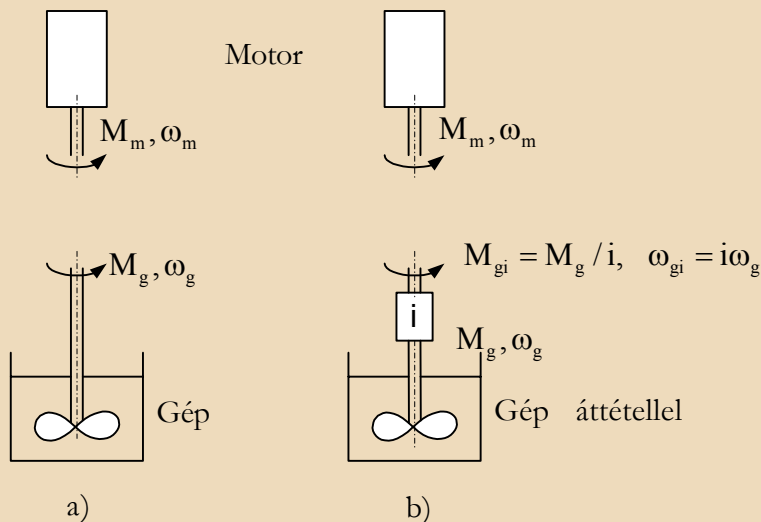
A kapott eredményt általánosítva megfogalmazhatjuk a következő állítást:

Az eredő hatásfok a részhatásfokok szorzataként számítható.

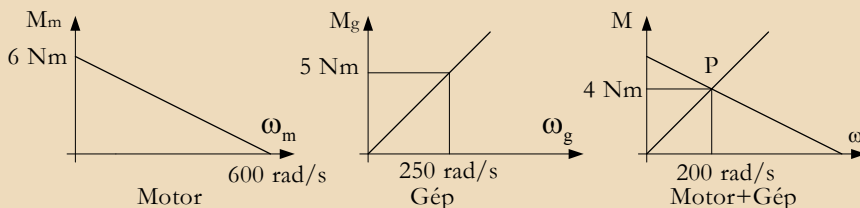
8.5. Az áttétel optimális megválasztása

A hajtó és a hajtott gép nyomaték-szögsebesség illesztését biztosító átalakító áttételét több szempont alapján választhatjuk meg. Az állandó sebességgel üzemelő hajtáslánc maximális teljesítmény-átvitelre való optimalizálását egy keverőgép példáján mutatjuk be (8.13. ábra).

Példa. A keverőgépet egy ismert jelleggörbéjű DC motor hajtja meg. A keverőgép sűrű pépes anyagot kever, ezért nyomatékigénye a szögsebességgel arányos csillapításnak megfelelően $M_v = K\omega_v$. A motor és a keverőgép jelleggörbéi a 8.13. ábrán láthatók. A két gép első esetben közvetlenül van összekapcsolva. Tapasztalat szerint a leadott teljesítmény tovább növelhető. Célunk az adott motorral elérhető lehetséges legnagyobb keverési teljesítmény elérését biztosító áttétel meghatározása.



8.12. ábra. A keverőgép közvetlen hajtással és áttétellel



8.13. ábra. Motor és keverőgép statikus jelleggörbéi

A motor és a gép jelleggörbéit közös ábrába rajzolva, közvetlen hajtás esetén a munkapont az egyenesek metszéspontjaként adódik. A két összekapcsolt gép ezzel a közös szögsebességgel üzemel. A két jelleggörbe analitikusan is megoldható az

$$M_m = 6 - 0,01\omega_m$$

$$M_g = 0,02\omega_g$$

egyenletekkel. Az egyenletrendszer megoldva a munkapont $\omega=200$ rad/s-nál található, az átvitt nyomaték $M=4$ Nm, a leadott teljesítmény $P=M\omega=800$ W.

Vizsgáljuk meg, hogy az átvitt teljesítmény növelhető-e? A motor által leadható teljesítmény a

$$P = M_m \omega = (6 - 0,01\omega) \omega$$

összefüggés szerint a szögsebesség függvényében változik. Maximális értéke ott van, ahol a $P(\omega)$ függvény érintője vízszintes, vagyis ω szerinti deriváltja zérus. A szorzatfüggvény deriválási szabályát alkalmazva, a keresett szögsebesség

$$\frac{dP}{d\omega} = -0,01\omega + (6 - 0,01\omega) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\omega = 300}} \text{ rad/s.}$$

A motor ezen a szögsebességen $M=6-0,01 \cdot 300=3$ Nm nyomatékot képes kifejteni. Megfelelő áttétel választásával azt kell elérnünk, hogy a hajtott gép $\omega_m = \omega_{gi} = 300$ 1/s szögsebességnél $M_m = M_{gi} = 3$ Nm nyomatékot igényeljen. Amennyiben a gépet illesztjük a motorhoz, a transzformátort (át-tételt) a géppel egybeépítve képzelhetjük (8.12b. ábra). A motor oldaláról nézve az áttétellel egybeépített gép M_{gi} nyomatékigénye és hozzá tartozó ω_{gi} szögsebessége a következő:

$$M_{gi} = \frac{M_g}{i} \quad \text{és} \quad \omega_{gi} = i\omega_g$$

A gép eredeti $M_g = 0,02\omega_g$ egyenletét felhasználva, az áttétellel egybeépített gép egyenlete a következő lesz:

$$M_{gi} = \frac{0,02\omega_g}{i} = \frac{0,02\omega_{gi}}{i^2}.$$

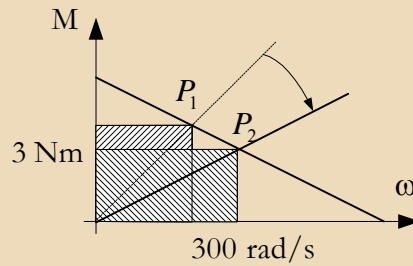
Helyettesítsük a maximális teljesítményű munkapont $M=3$ Nm és $\omega=300$ rad/s adatait az előbbi egyenletbe, majd fejezzük ki az áttételt:

$$3 = \frac{0,02 \cdot 300}{i^2} \Rightarrow \underline{\underline{i = \sqrt{2}}}$$

A maximális keverési teljesítményt biztosító áttételt közelítően $z_2=28$ és $z_1=20$ fogszámú fogaskerekekkel lehet megvalósítani. A leadott teljesítmény $P_2 = M_2 \omega_2 = 3 \cdot 300 = 900$ W, ami valóban nagyobb, mint a hajtómű nélküli esetben átvitt teljesítmény. A hajtóművel illesztett gép nyomaték-

szögsebesség karakterisztikája és P_2 munkapontja a 8.14. ábrán látható, a vonalkázott terület az átadott teljesítménnyel arányos.

A bemutatott áttétel számítási feladat a maximális leadott teljesítmény elérését célozta. Bizonyos esetekben viszont olyan munkapont beállítása a cél, ahol nem a teljesítmény, hanem a berendezés hatásfoka optimális.



8.14. ábra. Motor és áttétellel illesztett terhelés munkapontja

Rövidítések

ABS	Antilock Brake System (blokkolásgátló)
AC	Alternating Current (váltóáram)
AM	Amplitude Modulation
CAN	Controlled Area Network
CCD	Charge Coupled Device (töltéscsatolt eszköz)
CD	Compact Disc
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor
DC	Direct Current (egyenáram)
DVD	Digital Versatile Disc
FET	Field Effect Transistor
FM	Frequency Modulation
IC	Integrated Circuit
LED	Light Emitting Diode (világító dióda)
LVDT	Linear Variable Differential Transformer
MEMS	Micro Electro Mechanical Systems
NC	Numerically Controlled
PID	Proportional Integral Differential (PID szabályzó)
PLC	Programmable Logic Controller
PSD	Position Sensitive Detector
PWM	Pulse Width Modulation
RMS	Root Mean Square (négyzetes közép, effektív érték)
S&H	Sample&Hold (mintavevő-tartó)
TCS	Traction Control System
VDC	Vehicle Dinamic Control

Irodalom

- Roddeck, Werner: *Einführung in die Mechatronik*. Stuttgart, 1997, B. G. Teubner
- Bradley, D. A., Dawson, D., Burd, N.C.: *Mechatronics*. Gateshead, 1991, Atheneum Press Ltd.
- Bishop, Robert (szerk.): *The Mechatronics Handbook*. London – New York – Washington D. C., 2002, CRC Press LLC
- Onwubolu, Godfrey: *Mechatronics*. Amsterdam-Boston-Heidelberg, 2005, Elsevier
- Harshama, F., Tomizuka, M., Fukuda, T.: *Mechatronics-What is it, why and how?* IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.1, No.1, 1996, pp.1-4.
- Auslander, D.M., Kempf, C.J.: *Mechatronics: Mechanical System Interfacing*, Upper Saddle River, 1996, Prentice Hall
- Parker, Michael: *Physics of optoelectronics*. Boca Raton, 2005, CRC Press
- Ábrahám György (szerk.): *Optika*. Budapest, 1997, Panem-McGraw-Hill
- Isermann, R.: *Mechatronische Systeme*. Berlin, 1999, Springer
- Heimann, Gerth, Popp: *Mechatronik*. München-Wien, 2001, Fachbuchverlag Leipzig
- Boros Andor: *Villamos mérések a gépészetben*. Budapest, 1978, Műszaki Könyvkiadó
- Petrik Olivér: *Finommechanika*. Budapest, 1974, Műszaki Könyvkiadó
- Frigyes Andor et al.: *Elektrotechnika*. Budapest, 1961, Tankönyvkiadó
- Szabó Imre: *Gépészeti rendszertechnika*. Budapest, 1983, Műszaki Könyvkiadó
- Kármán Tódor-Biot, Maurice: *Matematikai módszerek műszaki feladatok megoldására*. Budapest, 1967, Műszaki Könyvkiadó
- Jánosi-Huba-Sárközi-Földi: *Mechatronika*, SzIE, Gödöllő, 2006, GÉK