Széchenyi István Egyetem
Mechatronika és Gépszerkezettan Tanszék

Mechatronika alapjai II.

Labor mérési útmutató

Elsőrendű termikus rendszer időállandójának meghatározása

A mérés célja:

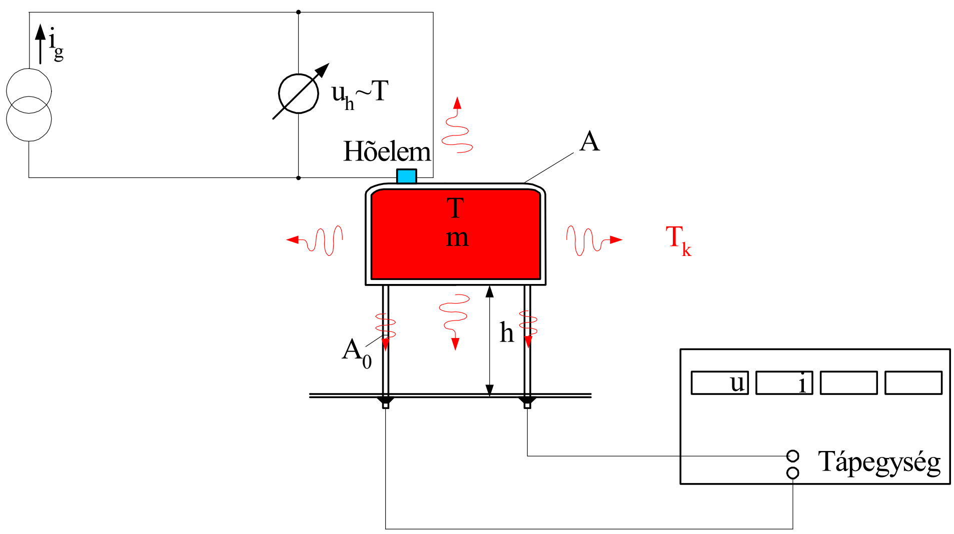
1) Termikus rendszer időállandójának meghatározása
2) Regressziószámítás alkalmazásának gyakorlása

A mérés leírása:

A termikus rendszerként alkalmazott teljesítmény-ellenállásra feszültséget kapcsolunk, miáltal a kezdetben szobahőmérsékletű ellenállás felmelegszik. A fűtést megszüntetve az ellenállás hűlni kezd. Hűlés közben az ellenállás hőmérsékletét állandó időközönként hőelemmel mérjük. A hőelem villamos feszültsége a mért test hőmérsékletével arányos, a kalibrációs diagram alapján meghatározható. Néhány (5-6) mérésből meghatározzuk a termikus rendszer időállandóját.

Az elméleti alapok összefoglalása:

A vizsgált termikus rendszer T_0 hőmérsékletről kezd hűlni, adott időpontban a hőmérséklete T. Az *m* tömegű ellenállás cmT(t) hőenergiát tárol, miközben két különböző mechanizmussal hőenergiát veszít. Egyrészt *A* nagyságú felületén *hőátadással* $\alpha A(T-T_k)$ hőteljesítményt ad le a levegőnek, másrészt A_0 keresztmetszetű és h hosszúságú lábain *hővezetéssel* $2kA_0(T-T_k)/h$ hőteljesítményt ad át a nyomtatott áramköri panelnak. A tranzisztor hőtani viselkedését leíró rendszeregyenlet az *energia módszer* alapján írható fel:



1. ábra. Hőtani folyamatok az ellenállás hűlése során

$$\boxed{P_b = \frac{dE_t}{dt} + P_v} \qquad (1)$$

Helyettesítés után a

$$0 = c \cdot m \frac{dT}{dt} + \alpha A (T - T_k) \tag{2}$$

egyenletet rendezve kapjuk a rendszeregyenletet:

$$\underbrace{\frac{c \cdot m}{\alpha A}}_{\tau} \cdot \frac{dT}{dt} + T = T_k \tag{3}$$

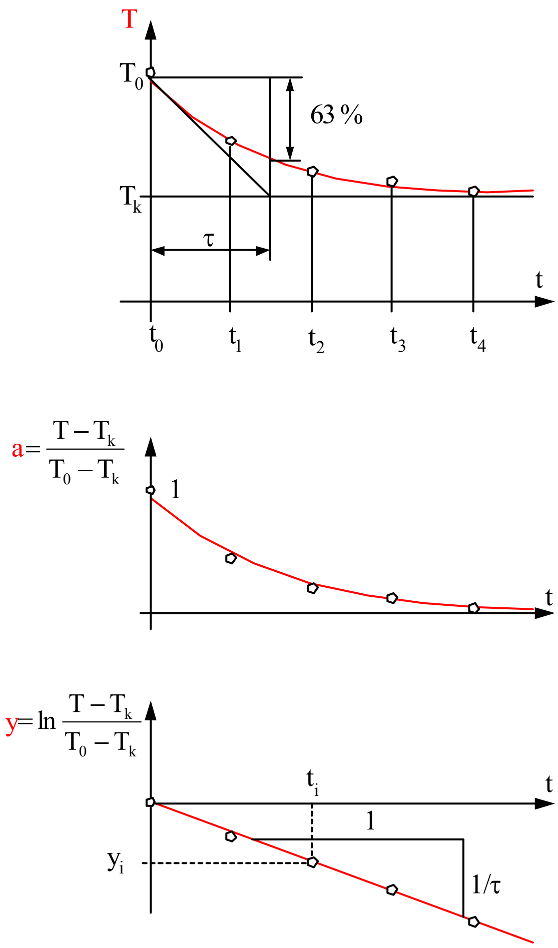
A részletek mellőzésével a differenciálegyenlet megoldása, figyelembe véve a $T(0)=T_0$ kezdeti feltételt a következő lesz:

$$T = (T_0 - T_k) e^{-\frac{t}{\tau}} + T_k \tag{4}$$

(2/a ábra). Az egyszerűbb tárgyalás kedvéért vezessünk be új változókat: $a = \frac{T - T_k}{T_0 - T_k}$, valamint $\tau = \frac{cm}{\alpha A}$. Az új jelölésekkel az

$$a = e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{5}$$

egyenletet nyerjük (2/b ábra). Feladatunk az időállandó meghatározása. A nagyobb pontosság elérése érdekében több mérési pontot veszünk figyelembe. Mivel a várt összefüggés exponenciális jellegű, ezért közvetlenül nem alkalmazhatjuk a lineáris regressziószámításnál tanultakat. Ha azonban az (5) exponenciális függvényt logaritmáljuk, akkor az így nyert lineáris összefüggésre már alkalmazhatjuk a lineáris regressziószámítást („több mérési pontra fektetett egyenes”) (2/c ábra)..



2. ábra. a) A hűlés időfüggvénye. b) Új változók bevezetése. c) Mérési pontok logaritmálás után

Az (5) egyenlet mindkét oldalának természetes ligaritmusát véve a (6) összefüggést kapjuk, amiben felismerhetjük az origón átmenő egyenes egyenletét:

$$\begin{array}{ccccc} \ln a & = & (-\frac{1}{\tau}) & \cdot & t \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ y & = & m & \cdot & x \end{array} \tag{5}$$

Amennyiben független változónak az y=ln(a) kifejezést tekintjük, akkor az így nyert (y_i;t_i) összetartozó koordinátájú pontokra már alkalmazhatjuk a lineáris regressziószámítás összefüggéseit. Elegendő a regressziós egyenes meredekségét meghatározni, mert az éppen (-1/τ) értékével egyezik meg. A „Mechatronika alapjai I" –ben tanultak szerint a regressziós egyenes meredeksége

$$m = \frac{n\sum t_i y_i - \sum t_i \sum y_i}{n\sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \tag{6}$$

ahol n: a mérési pontok száma

$y_i = \ln\frac{T_i - T_k}{T_0 - T_k}$; az i-dik hőmérsékletértékből és külső hőmérsékletből képzett változó

t_i: az i-dik mérés időpontja a vizsgálat kezdetétől mérve

A számítást célszerű az alábbiak szerint táblázatosan végezni.

t_i (s)	t_i^2 (s^2)	T_i (ºC)	T_k (ºC)	$y_i = \ln \frac{T_i - T_k}{T_0 - T_k}$	$y_i t_i$ (s)
0		T_0=			
60					
120					
180					
240					
300					
$\sum t_i = 900$	$\sum (t_i^2) =$			$\sum y_i =$	$\sum y_i t_i =$

A (6) összefüggésből kiszámítva a regressziós egyenes meredekségét, a keresett időállandó a

$$\tau = -\frac{1}{m} \tag{7}$$

összefüggéssel határozható meg.

Megjegyzendő, hogy az (5) egyenlet alkalmas a modellből kapott exponenciális jellegű rendszeregyenlet helyességének ellenőrzésére is. Amennyiben a mérési pontok jó közelítéssel egyenesen fekszenek, az egyúttal az alkalmazott modell helyességét is bizonyítja. Amennyiben viszont a mérési pontok nem illeszkednek egy egyenesre, annak oka lehet a hőátadási és hővezetési tényező változása a hőmérséklet függvényében, valamint a véges méretű testen belüli hővezetési folyamatok hatása.

A mérés végrehajtása

1) Mérje meg a környezet hőmérsékletét! T_k=……………..
2) Kapcsolja be a hőelem tápegységét!
3) Állítsa be az ellenállást tápláló tápegységet 10V feszültsége és kb. 2 percig fűtse az ellenállást!
4) Kapcsolja ki az ellenállást tápláló tápegységet és várjon 1-2 percet! Ezt követően olvassa le a hőelem feszültségét és a kalibrációs diagram alapján számítsa át hőmérsékletre. Az első mért érték T_0.
5) Ismételje meg a 4) pontot pontosan 1 percenként. Jegyezze fel a mért hőmérsékleteket a táblázatban.(T_2…T_6)
6) Ábrázolja milliméterpapíron az ellenállás hőmérsékletének T_i-t_i időbeli változását! Szerkessze meg és mérje le az időállandót! τ(szerk)=……………..
7) Rajzolja meg az y_i-t_i mérési pontokat! „Szemre” húzza be a regressziós egyenest!
8) Végezze el a táblázati értékek felhasználásával (6) összefüggéssel a regressziós egyenes meredekségének kiszámítását! m=…………………
9) (7) összefüggés felhasználásával számítsa ki az időállandó értékét! τ(szám)=…………
10) Értékelje szövegesen a szerkesztéssel és számítással kapott időállandók viszonyát!

Figyelem: a labormérés anyaga a vizsgán számonkérésre kerül!