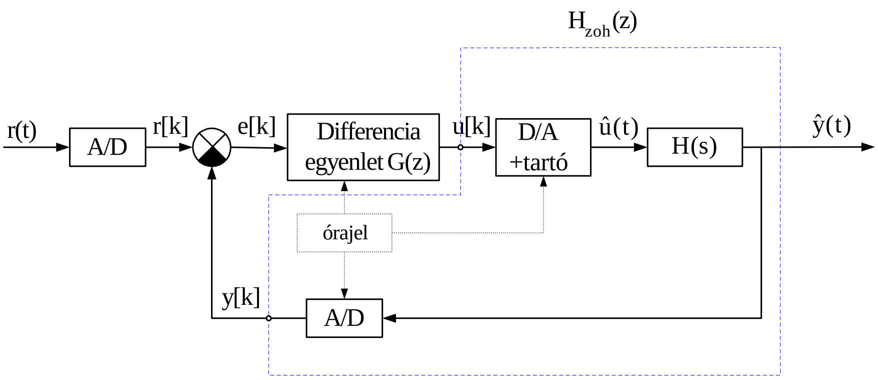
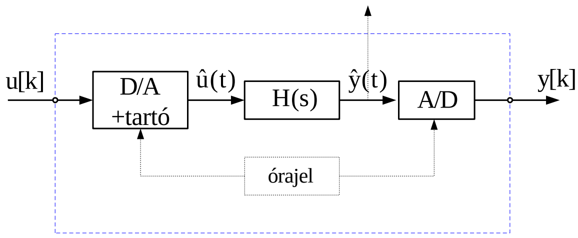
Digitális szabályozás Matlabbal

A digitális szabályozás blokkdiagramján láttuk, hogy a rendszer folytonos és diszkrét részekből áll. Digitális szabályozórendszer tervezését megkönnyítené, ha csak digitális jelekkel kellene dolgoznunk. Ezért célszerűségi okokból a folytonos részt helyettesítjük egy diszkrét egyenértékű résszel. Az átalakítandó folytonos rész maga a folyamat a kapcsolódó átalakítókkal (az ábrán szaggatott vonallal jelölt rész), amit a világosabb áttekinthetőség kedvéért kissé átrendeztük.



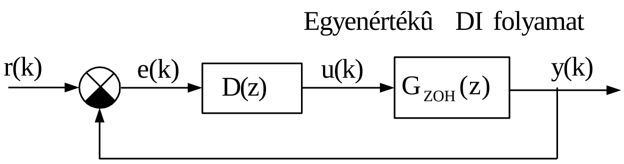


DI folyamat: $H_{zoh}(z)$

A T_s időnként érkező órajel hatására a D/A és A/D átalakítók kimenete csak rövid időre aktiválódik. A H_{ZOH} blokk csak a mintavétel pillanatában fogad és bocsát ki jelet, tehát H_{ZOH} diszkrét függvénynek tekintendő.

A feladat tehát a következő: egy olyan diszkrét $H_{ZOH}(z)$ függvényt kell konstruálnunk, amelynek bemenete u[k] (mintavételezett, pillanatszerű) jel, kimenete pedig a folytonos H(s) folyamat $\hat{u}(t)$ lépcsős bemenőjelre adott mintavételezett kimenőjele.

A szabályozási kört újra rajzoljuk úgy, hogy a folytonos H(s) folyamatot helyettesítjük a diszkrét $H_{ZOH}(z)$ folyamattal.



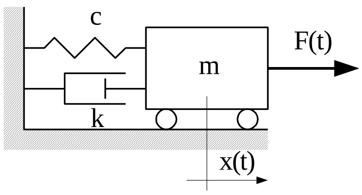
Átalakítás a c2dm függvénnyel

A Matlab támogatja a folyamatos folyamat diszkretizálását nulladrendű tartótag alkalmazásával. A c2dm függvény (continuos-to-discrete) megadása átviteli függvény alakban a következő:

```
[numDz,denDz] = c2dm (num,den,Ts,'zoh')
```

A T_S (s/minta) mintavételi időnek kisebbnek kell lenni, mint $1/(30\omega_{BW})$, ahol ω_{BW} a zárt hurok sávszélessége.

Példa
Adott egy erőgerjesztésű folytonos lengőrendszer a következő adatokkal:
m=1kg
k=10Ns/m
c=20N/m



Határozzuk meg a diszkretizált átviteli függvényt Ts=0,01 s mintavételi idő és nulladrendű (ZOH) tartótag feltételezésével!
A folyamatos rendszer átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + ks + c}$$

Tételezzük fel, hogy a zárthurkú szabályozási kör (aminek szabályozóját még nem ismerjük) sávszélessége nagyobb, mint 1 rad/s, ezért legyen a mintavételi idő Ts=0,01 s. FIGYELEM! A szakasz α=(s/m)0,5 saját-körfrekvenciája megváltozik, ha zárt szabályozási körbe helyezzük. A következő m-file-t képezzük:

```
m=1;
k=10;
c=20;

num=[1];
den=[m k c];

Ts=1/100;
[numDz,denDz]=c2dm(num,den,Ts,'zoh')
```

Lefuttatva a file-t a parancs ablakban a következő numDz és denDz mátrixokat kapjuk (Dz: discrete z-transform):

```
numDz =
1.0e-04 *
0        0.4837     0.4678
denDz =
1.0000  -1.9029    0.9048
```

A mátrix elemei z csökkenő hatványai szerint rendezettek. Az átviteli függvény a következőképpen írható fel:

$$\frac{X(z)}{F(z)} = \frac{0{,}0001(0{,}4837\,z + 0{,}4678)}{z^2 - 1{,}9029\,z + 0{,}9048}$$

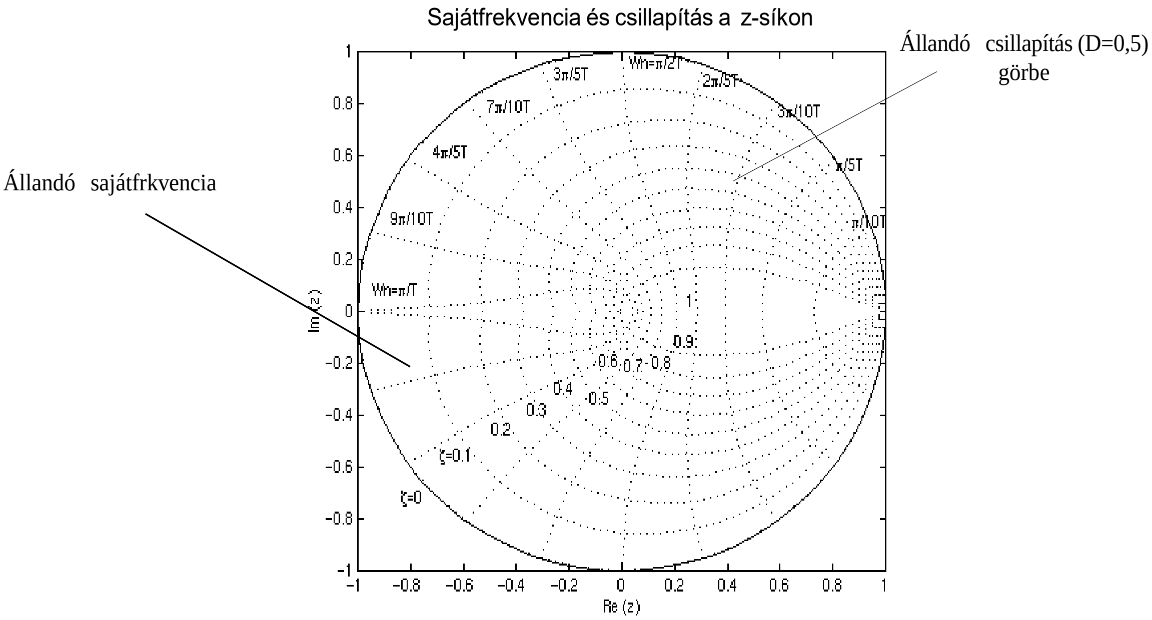
Stabilitás és tranziens válasz

A folytonos rendszerek tranziens tulajdonságai összefüggésben vannak a pólusok s-síkon való elhelyezkedésével. Például a rendszer instabil, ha bármelyik pólusa a jobb félsíkon helyezkedik el. A diszkrét rendszerek tulajdonságaira a pólusok z-síkon való elhelyezkedéséből következtetünk. A pólusok s és z síkon való elhelyezkedése között a kapcsolatot a

$$z = e^{sT_s}$$

összefüggés teremti meg.

A következő ábra az állandó csillapítás (ζ=D) és sajátfrekvencia (wn) szintvonalait mutatja a z-síkon.



A stabilitás határa nem a képzetes tengely, hanem a z=1 egységsugarú kör. A rendszer akkor stabil, ha összes pólusa a körön belül van.

A tranziens válaszra nézve a folytonos rendszer beállási időre, felfutási időre, túllövésre vonatkozó összefüggései változatlanul érvényesek.

A sajátfrekvencia (wn) mértékegysége a z-síkon rad/minta, de a tranziens válasz számításakor a hagyományos rad/s mértékegységgel kell számolni!

Példa

Adott a következő impulzus-átviteli függvény

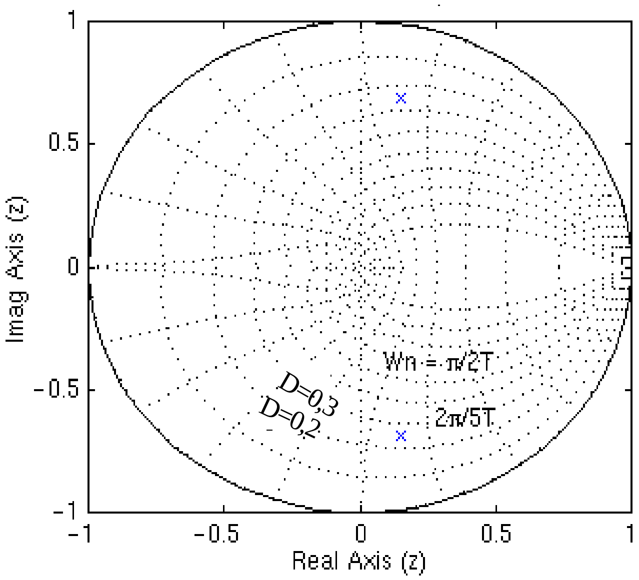
$$\frac{Y(z)}{F(z)} = \frac{1}{z^2 - 0{,}3z + 0{,}5}$$

Készítsük el az alábbi m-fájlt. Futtatás után a parancsablakban az alábbi ábrát látjuk, berajzolva az állandó csillapítás és sajátfrekvencia értékekkel:

```
numDz=[1];
denDz=[1 -0.3 0.5];

pzmap(numDz,denDz)
axis([-1 1 -1 1])
zgrid
```

Pólusok elhelyezkedése a z-síkban

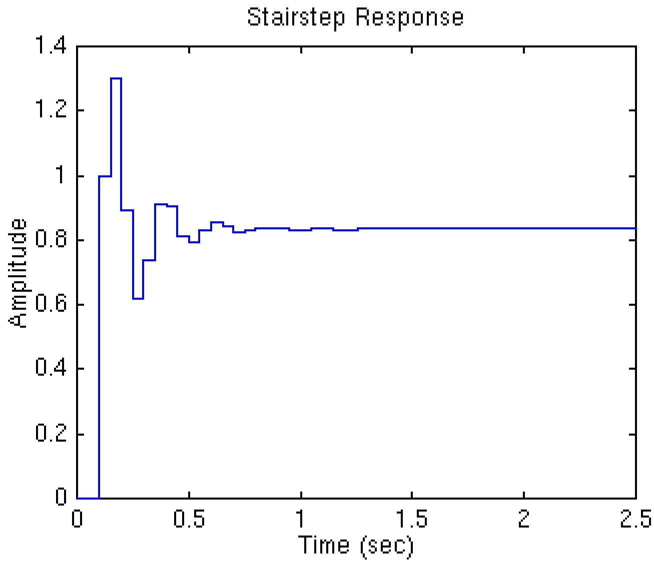


Az ábrából látjuk, hogy a pólusok közelítőleg 9π/10 (rad/minta) sajátfrekvenciánál és D=0,25 csillapításnál helyezkednek el. Tételezzük fel, hogy a mintavételi idő T=0,05 s . Ezzel a sajátfrekvencia

$$\omega_n = \frac{9\pi}{20T} = \frac{9\pi}{20 \cdot 0{,}05} = 28{,}2 \text{ rad/s}$$

Ami ismeretében a folytonos szabályozóra érvényes összefüggésekkel megbecsülhetjük a rendszer tranziens válaszát. (t_r=0,06 s, t_s=0,65 s, M_p=45%). Nézzük meg a rendszer ugrásfüggvényre adott válaszát

```
[x] = dstep (numDz,denDz,51);
t = 0:0.05:2.5;
stairs (t,x)
```


Stairstep Response
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Amplitude
0
0.5
1
1.5
2
2.5
Time (sec)