Közvetlen eljárás digitális szabályozó tervezésére

Az előzőekben emulációval végrehajtott digitális szabályozó tervezés viszonylag könnyen elvégezhető, azonban számos esetben nem jár kielégítő eredménnyel. Itt elsősorban a nagy mintavételi frekvencia szükségességét említjük, melynek feltételei sok esetben nem teremthetők meg.

Létezik azonban közvetlen szabályozó tervezési módszer is, amikor nem a folytonos szabályozót utánozzuk le, hanem eleve digitális működésűre tervezzük azt. Ezzel a módszerrel kedvezőbb tulajdonságú digitális szabályozó tervezhető.

A közvetlen digitális szabályozó tervezéshez először egységesíteni kell a szabályozási kör vegyes (folytonos és digitális) jeleit, ezért a folytonos működésű részt (a szabályozni kívánt G(s) folyamatot) diszkretizálni (digitalizálni) kell. Szerencsére a folyamatnak létezik egzakt diszkrét megfelelője, hiszen

a) a ZOH pontosan definiálja, hogy mi történik a folyamat bemenetén. Tudjuk ugyanis, hogy az u(t) beavatkozó jel a (k-1)T és kT időpontok között állandó, lépcsős jel.

b) A folyamat y(kT) kimenete csupán a bemenet u(kT) mintavételi időpontokban felvett értékétől függ.

A folyamat diszkretizálása

A nulladrendű tartótag és az azt követő G(s) folytonos folyamat helyettesítő diszkrét átviteli függvénye

$$\boxed{G(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}}$$

összefüggéssel számítható. A képlet érthető, hiszen ugrásfüggvényre adott válasz mintavételezett értékét keressük. Az ($1-z^{-1}$) tényező azt fejezi ki, hogy az egy minta hosszúságú ugrásfüggvény egy végtelen hosszú és egy egyetlen mintavételi idővel eltolt negatív ugrásfüggvény eredője.

Az egyenlet lehetővé teszi, hogy tisztán diszkrét rendszerként kezeljük az eredetileg vegyes rendszert. A diszkrét rendszerek tervezése nagyon hasonló a folytonos rendszerekéhez, gyakorlatilag az összes szabály alkalmazható. Például a zárt szabályozási kör impulzus-átviteli függvénye

$$T(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)}$$

A szabályozás jellemzőit itt is a nevezőből származó

$$1 + D(z)G(z) = 0$$

karakterisztikus egyenlet pólusaitól függ. Kissé másképp kell értelmezni az eredményeket: a stabilitás határa a z=1 egységsugarú kör a baloldali féltér helyett.

Példa

Legyen a folyamat a $G(s)=\frac{1}{s}$ átviteli függvénnyel adva, a szabályozó legyen arányos, K erősítéssel. Határozzuk meg a stabilitás feltételét diszkrét és folytonos szabályozó esetén.

A diszkretizált folyamat impulzus-átviteli függvénye

$$G(z)=(1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{s}\right\}=(1-z^{-1})\frac{Tz}{(z-1)^2}=\frac{z-1}{z}\cdot\frac{Tz}{(z-1)^2}=\frac{T}{z-1}$$

A karakterisztikus egyenlet

$$1+K\frac{T}{z-1}=0$$

Innen a pólus

$$z=1-KT$$

A stabilitás szükséges feltétele -1<z<1, ahonnan $0<K<\frac{2}{T}$. A stabilitás tehát a mintavétel periódusidejétől is függ!

Összehasonlításul folytonos szabályozó esetében a karakterisztikus egyenlet

$$1+\frac{K}{s}=0 \quad\rightarrow\quad s=-K$$

A pólus minden K>0 esetében a negatív valós tengelyre esik, a rendszer stabil. A folytonos és digitális rendszer tehát részben eltérő K erősítések esetén stabil működésű.

Hagyományos szabályozók impulzus-átviteli függvényei

a) Arányos szabályozó

A differencia-egyenlet

$$u_k=K_p e_k$$

Az impulzus-átviteli függvény

$$D_P(z)=K_P$$

b) Differenciáló szabályozó

A differencia-egyenlet

$$u_k=K_P T_D\frac{e_k-e_{k-1}}{T}$$

Az impulzus-átviteli függvény

$$D_D(z)=\frac{K_P T_D}{T}\cdot\frac{z-1}{z}$$

c) Integráló szabályozó

A differencia-egyenlet

$$u_k = u_{k-1} + \frac{K_P T}{T_I} e_k$$

Az impulzus-átviteli függvény

$$D_I(z) = \frac{K_P T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1}$$

d) PID szabályozó

$$D_{PID}(z) = K_P \left(1 + \frac{T_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z} + \frac{T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1}\right)$$