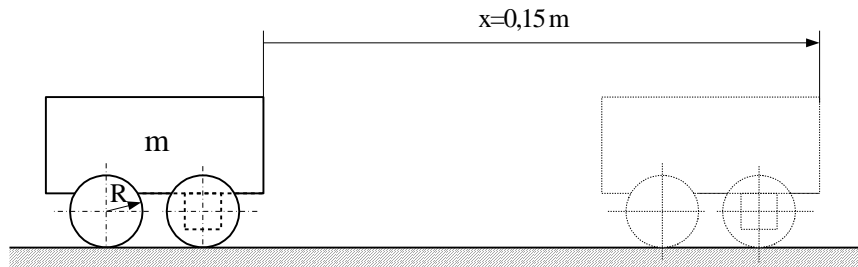


## 1. Illusztratív példa szabályozó tervezésre frekvencia tartományban (Bode-diagrammal)

Egy  $m=2$  kg tömegű nyugalomban lévő kiskocsit  $t_s=0,95$  s alatt kell túllövés mentesen (nyitott hurok esetén Lehr-csillapítás  $D\approx 0,8$ ) az  $x=0,15$  m távolságra lévő pozícióba juttatni. A kocsi hajtó kerekének sugara  $R=0,01$  m, tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolható. A kereket hajtó hajtóműves DC motor indító nyomatéka  $M_0=1$  Nm, üresjárási szögsebessége  $\omega_0=50$  rad/s, névleges kapocsfeszültsége  $u=10$  V, időállandója  $T=0,03$  s. Az alapjelképző és az útmérő szenzor átviteli tényezője egyaránt  $Q=10$  V/m.



1. ábra. A szabályozandó rendszer

- Határozzuk meg az adott minőségi követelményeket kielégítő szabályozó típusát és paramétereit!
- Ellenőrizzük, hogy a motor kapocsfeszültsége a megengedett határok között marad-e?

### Megoldás

A megoldást folytonos rendszerre mutatjuk be, ahol a jelek folytonos analóg időfüggvények.

### Adatelőkészítés

A DC motor állandói  $A=5$  rad/sV és  $B=50$  rad/sNm.

A motor tengelyére redukált tehetetlenségi nyomaték a mozgási energiák egyenlőségéből:

$$0,5 \text{ mv}^2 = 0,5 J_{\text{red}} \omega^2$$

$$J_{\text{red}} = mR^2 = 2 \cdot 0,01^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2.$$

A rendszer megváltozott időállandója

$$T^* = T + BJ_{\text{red}} = 0,03 + 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 0,04 \text{ s}.$$

A motor kapocsfeszültsége és szögsebessége közti átviteli függvény

$$\Omega(s)/U(s) = A/(T^*s+1)$$

Az autó haladási sebessége  $V(s)=R\Omega(s)$  tiszta gördülést feltételezve, megtett útja  $X(s)=V(s)/s$  operátor tartományban.

### Blokkdiagram rajzolás

A szabályozás blokkdiagramjának megrajzolásakor a hibalehetőség csökkentése érdekében be kell jelölnünk minden blokk között a jel nevét és dimenzióját!

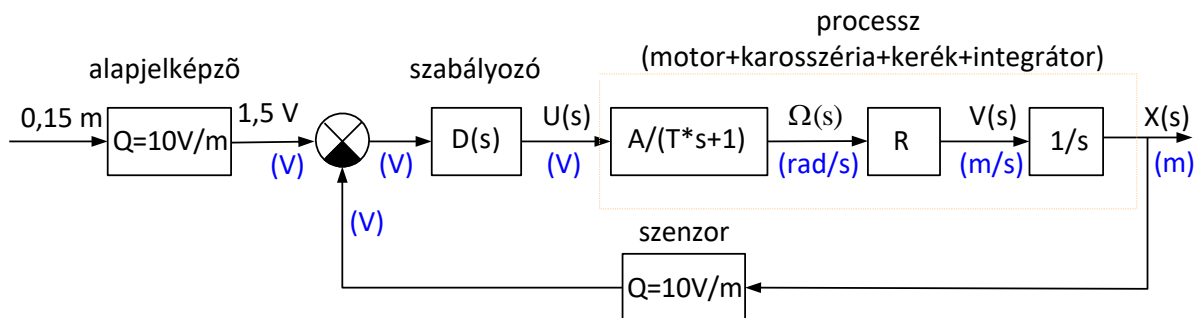
Az alapjelképző a kívánt elmozdulásnak megfelelő 1,5 V feszültségű ugrásfüggvény alapjelet állítja elő.

A szabályozó - mely egy analóg villamos áramkör - feszültség bemenetből feszültség kimenetet hoz létre a motor kapocsfeszültsége számára. A szabályozó kimenete közvetlenül nem képes meghajtani a motort, mert árama minimális, ezért teljesítményerősítő alkalmazása szükséges.

A processz a motorból, áttételből és integrátorból áll. A DC motor átviteli függvénye szögsebesség kimenet és kapocsfeszültség bemenet között van felírva. Az áttétel a kerék sugara, mely a szögsebességből sebességet állít elő. Ezt követi egy integrátor (ami a valóságban nem látható, csak a matematikai modellben szükséges), a sebesség elmozdulássá való átalakítása érdekében. A processz bemenete tehát a motor kapocsfeszültsége, kimenete az autó elmozdulása.

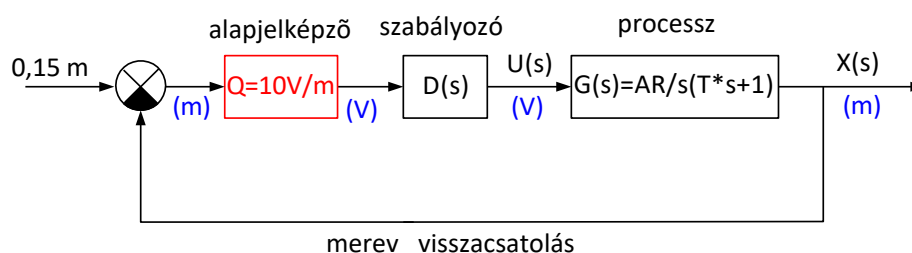
Az útmérő szenzor (pl. lineáris potenciométer) az elmozdulással arányos feszültséget hoz létre. Végül a különbségképző áramkör az alapjellel és a szabályozott jellemzővel arányos feszültségek különbségét képezi a szabályozó bemenete számára.

Az autó vízszintes úton halad, szél nem fúj, ezért zavarással nem számolunk. A **szabályozás célja most nem a zavarás hatásának kiküszöbölése, hanem a pontos és gyors beállítás biztosítása (alapjelkövetés)**.



2. ábra. A szabályozás blokkdiagramja

A blokkdiagramot az egyszerűbb kezelhetőség érdekében átalakítjuk merev visszacsatolásúvá, amit a Matlab egyszerűen tud kezelni. **Figyeljük meg, hogy a hurokban megjelent a szenzor és az alapjelképző megegyező átviteli tényezője!** (Ezt a legtöbb irányítástechnika könyv nem veszi figyelembe, vagyis hallgatólagosan 1 V/m értéket tétel fel, ami nem a valóságos érték, ezért a kapott eredmények közvetlenül nem is használhatók konkrét projektek megvalósítására)



3. ábra. A szabályozási kör átalakítása merev visszacsatolásúra.

### Ad a) Szabályozó tervezés

A felnyitott hurok átviteli függvénye (most még szabályozó hatás nélkül,  $D(s)=1$  értékkel számolva):

$$L_0(s) = QAR/s(T^*s+1) =$$

Frekvencia-átviteli függvénye (4. ábra Bode-diagramon kék görbe):

|||||||

A diagram  $-20$  dB/dekád érintővel indul és  $\omega_c=0,5$  rad/s vágási körfrekvencián metszi a  $0$  dB erősítés szintet. Töréspont  $\omega_t=25$  rad/s körfrekvencián van,

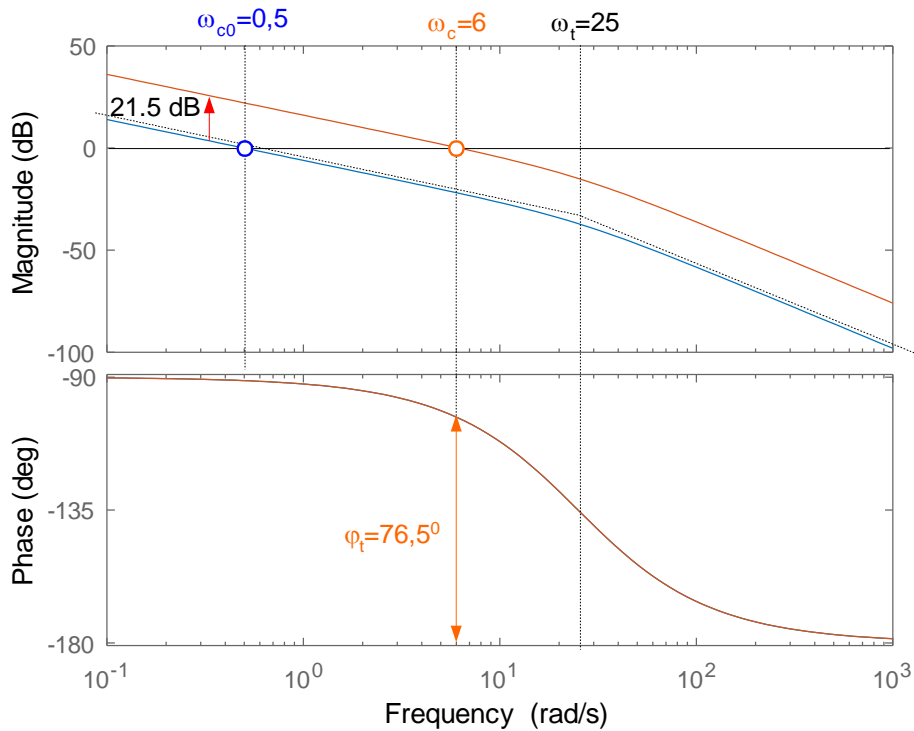
Most nézzük meg, hogy milyenek kellene lenni a huroknak, hogy teljesítse a minőségi követelményeket?

- a) Állandósult szabályozási hiba nem lesz, mivel az alapjel ugrásfüggvény, a hurok pedig integráló típusú (lásd „hurok tipizálása” témakört)
- b) A beállási idő követelményből a szükséges vágási körfrekvencia

$$t_s = 4,6/D\omega_c \quad \omega_c = 6 \text{ 1/s}$$

- c) Az aperiodikus beállítás követelményéből az szükséges, hogy a Bode-diagram
  - 1)  $-20$  dB/dekád meredekségű szakasza messe a  $0$  dB szintet  $\omega_c=6$  rad/s , vagy annál nagyobb körfrekvencián, továbbá
  - 2) a következő töréspont (most  $\omega_t=25$  rad/s a  $-40$  dB/dekád meredekségű szakasz kezdete) elég messze (csaknem egy dekádra) legyen  $\omega_c$ -től, hogy a fázistartalék ne csökkenjen jelentősen  $90$  fok alá.
- d) A szabályozó típusának megválasztása

A szabályozó típusát sosem ötletszerűen, hanem a fent elmondott szabályok szerint, a Bode-diagram alapján választjuk meg (lásd alább!). A tudatos tervezés biztosítja, hogy a szabályozó kiszámított értékei közelítőleg biztosítani fogják a tervezési feltételeket.



4. ábra. Bode-diagramok

Vegyük észre, hogy **elegendő csupán arányos szabályozót alkalmazni!** Ugyanis az önmagával párhuzamosan felfele eltolt Bode-diagramnak (4. ábra narancssárga görbe) szintén a -20 dB/dekádos szakasza fogja metszeni 6 rad/s vágási körfrekvencián a 0 dB erősítés szintet. Eközben a változatlan fázisdiagram szerint még kb. 77 fokos, aperiodikus beállást biztosító fázistartalék marad, mivel a vágási körfrekvencia elég távol esik az  $\omega_t=25$  rad/s törésponttól.

A tervezési feltételeket biztosító (szükséges)  $L(j\omega)$  hurok frekvencia-átviteli függvénye (a narancssárga Bode-diagram egyenlete):

$$L(j\omega)=D(s)*L_0(j\omega)=6/[j\omega*(j\omega/25+1)]$$

A szabályozó átviteli függvénye

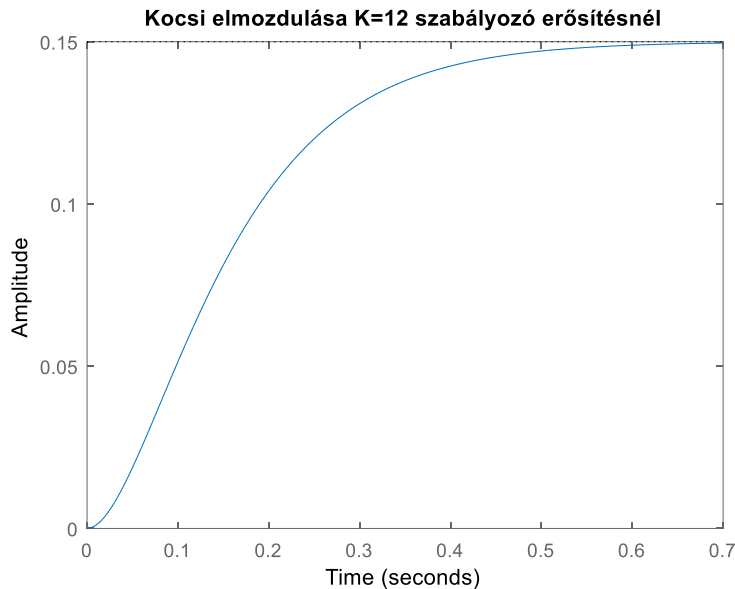
$$D(s)=L(j\omega)/L_0(j\omega)=6/0,5=12$$

A szabályozó tehát arányos (proporcionális), erősítése  $D(s)=K=12$  (21,5 dB)

A rendszer időbeli viselkedését például az alábbi Matlab kóddal vizsgálhatjuk,

```
s=tf('s'); % Az s változó a Laplace operátor
L=(12*0.5)/(0.04*s^2+s); % L(s) nyitott hurok átviteli függvénye, szabályozóval
T=feedback(ss(L),1); % Zárt hurok eredője, merev visszacsatolással
step(0.15*T) % Válasz 0.15 m ugrásbemenet esetén
```

A rendszer időbeli viselkedése az 5. ábrán látható.



5. ábra. A kimenőjel időfüggvénye K=12 arányos szabályozóval

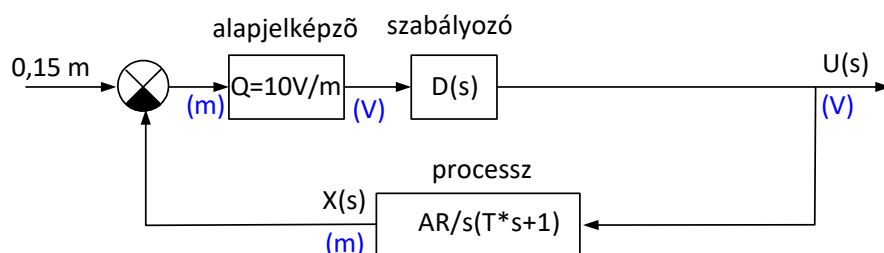
Láthatóan az eredmény tökéletesen kielégíti a követelményeket. **Ezzel a feladatot látszólag megoldottuk.**

#### Ad b). Jelszint ellenőrzés

Bár a kimenet teljesíti a követelményeket, még nem lehetünk biztosak abban, hogy a szabályozási kör belsejében fizikálisan mérhető jelek nem lépik-e túl a megengedett korlátokat? A bemenet-kimenet típusú számítás eddig nem engedett betekintést az egyes blokkok közötti jelek nagyságába. Problémás lehet a szabályozó kimenő feszültsége, mely például egy szokványos műveleti erősítés szabályozónál +/- 15 V tartományban kell maradjon. A motor állandóan változó kapocsfeszültsége sem lehet sokkal nagyobb a motor névleges feszültségénél. A probléma felismerhető, ha a Matlab-Simulink modellben szkópok beiktatásával nyomon követjük a jelek lefolyását.

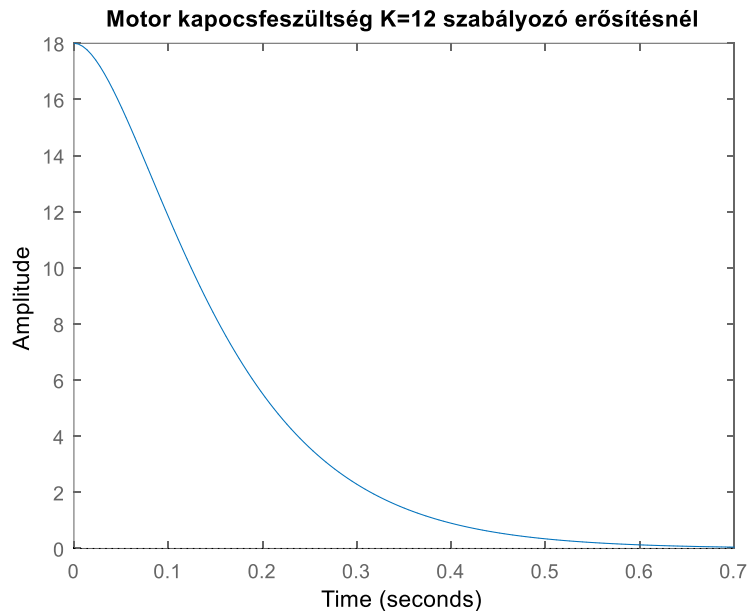
Analitikusan is van lehetőség becslésre. Például az indulás pillanatában az elmozdulás még zérus, vagyis az ellenőrző jel is zérus. A különbségképzőből az alapjel jön ki, amit a szabályozó a 12-szeresére erősít. A motor kapocsfeszültsége az indulás pillanatában  $u_0 = 12 \cdot 1,5 = 18$  V. Általában két-háromszoros túlterhelés rövid ideig megengedhető.

A motor kapocsfeszültségének lefolyását a teljes időtartományban is vizsgálhatjuk, ha a 3. ábra blokkdiagramját úgy alakítjuk át, hogy a kimenet a motor kapocsfeszültsége legyen (6. ábra).



6. ábra. A motor kapcsolófeszültségének meghatározásához átrendezett blokkdiagram

A motor kapcsolófeszültségének változását a 7. ábrán láthatjuk. Az indulás pillanatában valóban 18 V a feszültség.



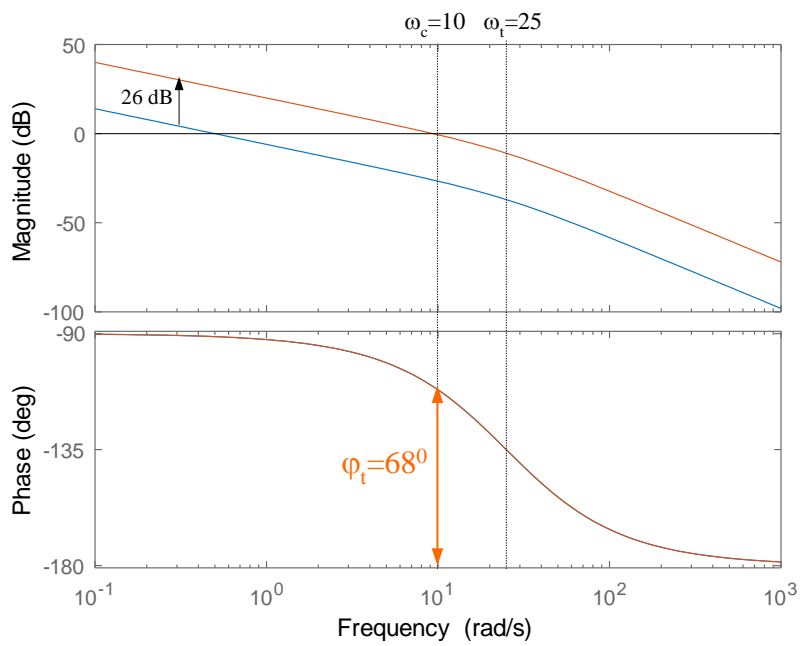
7. ábra. A motor kapcsolófeszültségének változása

### **További következtetések**

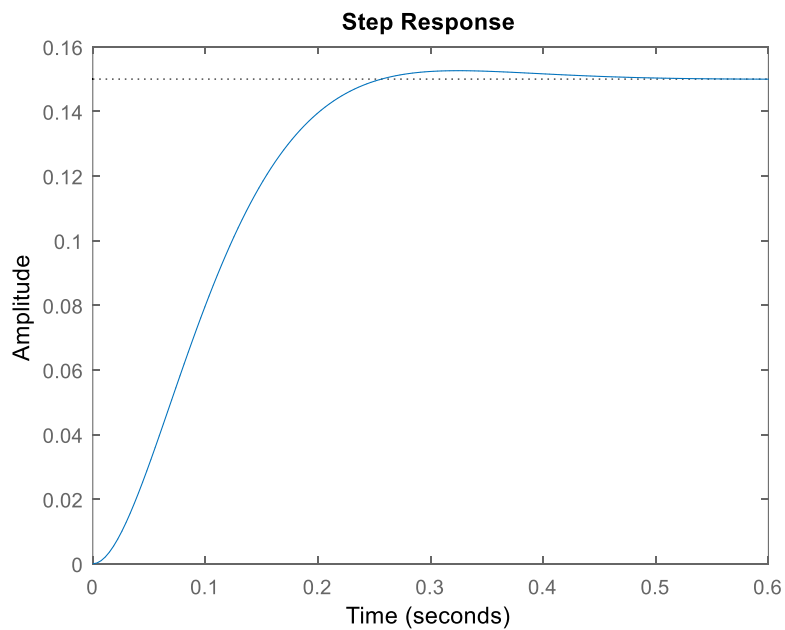
**1. Egy szabályozási feladatot általában különböző szabályozó beállításokkal is meg lehet oldani.**

Az imént kiszámított  $K=12$  erősítést tekinthetjük egy kiindulási értéknek, amit kissé változtatva akár még jobb eredményeket is elérhetünk. Ez általában akkor lehetséges, amikor az aktuátor kellően nagy teljesítménye lehetővé teszi a rendszer további gyorsítását.

Az erősítést kissé növelve ( $K=20=26$  dB értékre) gyorsul a beállítás. A Bode-diagram  $-20$  dB/dekádos szakasza  $\omega_c=K*0,5=10$  rad/s vágási frekvencián metszi a  $0$  dB-es szintet (8. ábra). Ugyanakkor már kb. 2% túllövés is mutatkozik, mivel  $\omega_c=10$  rad/s elég közel esik az  $\omega_t=25$  rad/s törésponthoz. A törésponthoz közeledve a fázistartalék rohamosan kezd csökkenni és a kb. 68 fokos fázistartalék már enyhe túllövést eredményez (9. ábra).



8. ábra. A hurok Bode-diagramja  $K=20$  (26 dB) erősítésnél



9. ábra. A beállítás enyhe túllövéssel,  $K=20$  erősítésnél

2. Az erősítés növelése gyorsítja a beállást (növeli a vágási körfrekvenciát), ugyanakkor csökkenti a fázistartalékot, ami az instabilitás irányába viszi a rendszert.

3. Ez a fajta szabályozás csak akkor előnyös, ha mindig ugyanakkora távolságra kell pozícionálni. Általában azonban nem ez az eset. Kevésbé tudatosított tény, hogy a megtervezett szabályozóval nem csak a 0,15 m út beállási ideje 0,9 s, hanem bármely, annál jóval kisebb, vagy nagyobb utaké is. Ami változik, az a motor maximális kapocsfeszültsége a szabályozás során.

Például egy CNC eszterga szánjának akár pár századmillimétert, akár méter nagyságrendű pontos elmozdulást is meg kell tenni. Nyilván nagyon rossz idő- és gépkihasználságot jelentene, ha az egy métert és az egy század millimétert is ugyanannyi, pl. 0,9 sec alatt tenné meg a szán. Egy lehetséges megoldás, ha nagy utak esetén a szán gyorsjárattal közelíti meg a célt, és csak a cél előtt röviddel kezd működni a szabályozás. További lehetőség, ha ún. bang-bang (csúszó mód) szabályozást alkalmazunk, mely maximálisan kihasználja a rendszer teljesítményét.

4. A követelményeket össze kell hangolni az aktuátor teljesítményével és működési tartományával. Mindig fenntartással kell fogadni, amikor a tervezés során milliós nagyságrendű erősítéseket kapunk. Ilyenkor lehetséges, hogy számítás szerint a végeredmény megfelelőnek tűnik (a papír kibírja), de ezt a rendszeren belül valószínűleg irreálisan magas (tízezer, százezer voltos) feszültségek és teljesítmények révén érnénk el, ami persze messze az aktuátor megengedett működési tartományán kívül esne. Ezért fontos, hogy ellenőrizzük a rendszer belsejében is a jelek nagyságát.

## 2. Példa

### Szabályozó tervezése pólus áthelyezéssel

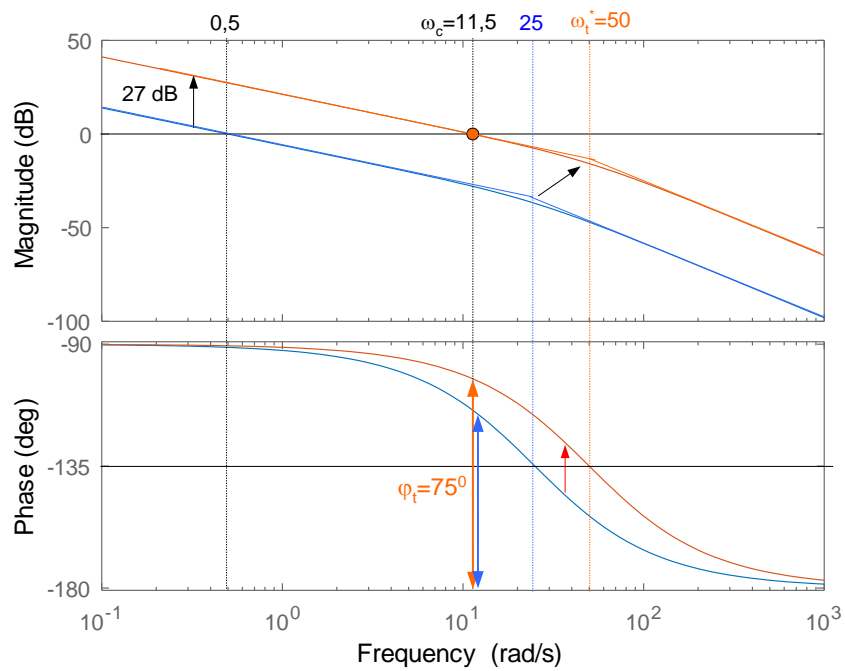
Tervezzünk szabályozót az **1. Példában** ismertetett rendszerhez  $t_s=0,5$  s beállási idővel és aperiodikus beállással!

Ha aperiodikus beállást szeretnénk elérni  $t_s=0,5$  s csökkentett beállási idővel, akkor az arányos szabályozó már nem lesz megfelelő. Ugyanis ekkor a megkövetelt vágási körfrekvencia

$$\omega_c=4,6/0,4=11,5 \text{ rad/s}$$

ahol a **fázistartalék** már nem elegendő az aperiodikus beálláshoz, mivel a vágási körfrekvencia túl közel van a -40 dB/dek meredekségű szakasz kezdetéhez. Célszerűen pólus áthelyezést végzünk, azaz az  $\omega_t=25$  rad/s pólust távolabb helyezzük például  $\omega_t^*=50$  rad/s-ra. (Pólus a Bode-diagramon ott van, ahol az érintő meredeksége -20 dB/dekádál változik). A viszonyok a Bode-diagramon nyomom követhetők (10. ábra). A Bode-diagramnak a -20 dB/dekádós szakasza metszi most is a 0 dB szintet és az  $\omega_c=11,5$  rad/s vágási körfrekvencia a pólusáthelyezésnek köszönhetően elég messze van az 50 rad/s áthelyezett pólustól. A megnövekedett **fázistartalék** elégséges az aperiodikus beálláshoz.



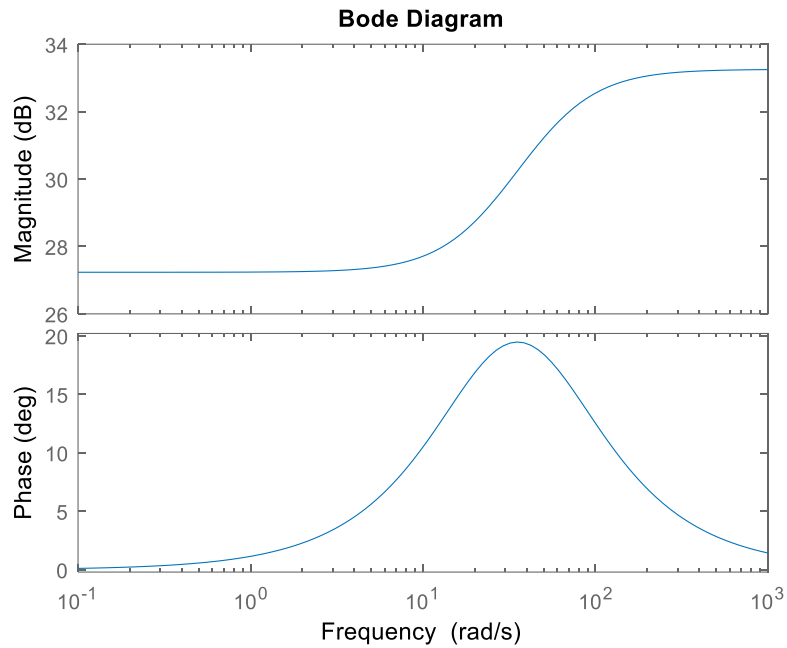


10. ábra. Pólusáthelyezés 25→50 rad/s-ra

A LEAD szabályozó egyenlete

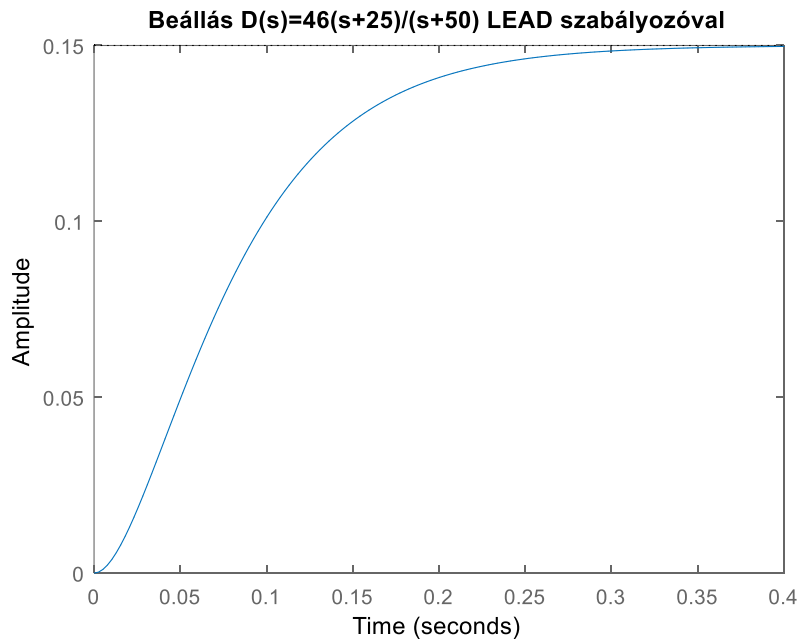
$$D(s)=46(s+25)/(s+50)$$

A LEAD szabályozó Bode-diagramja a 11. ábrán látható. Figyeljük meg, hogy a szabályozó mindössze kb. 20 fok fázistöbbletet visz be a rendszerbe (Bode-diagramon piros nyíl), mivel az eredeti és az eltolt töréspont nagyon közel van egymáshoz.



11. ábra. A LEAD szabályozó Bode-diagramja

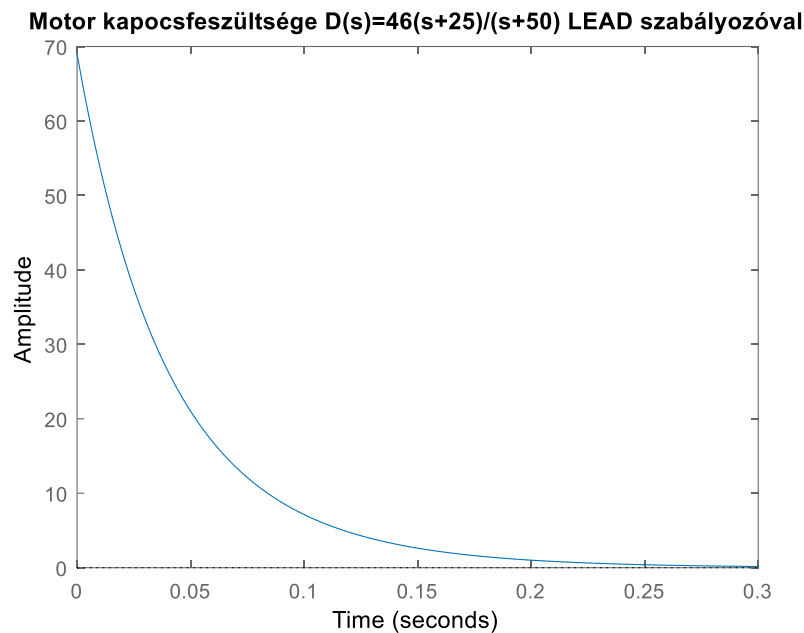
Ahogy vártuk, a számítás szerint aperiodikus beállást kaptunk és a beállási idő is megfelel a várakozásnak (12. ábra).



12. ábra. A szabályozott jellemző alakulása LEAD szabályozó esetén

Azt hihetnénk (és sajnos a legtöbb irányítástechnika könyv is azt sugallja), hogy itt a vége, eredményesen megoldottuk a feladatot. De ez sajnos nem így van! Ha leellenőrizzük a motorra kerülő kapocsfeszültséget (13. ábra), akkor láthatjuk, hogy az a névleges értéknek a sokszorosa!

Vagyis a rendszer gyorsítása büntetlenül nem végezhető, az nyilván többlet energiát igényel („there is no free lunch”). Példánknál maradva **vagy nagyobb teljesítményű (esetleg más áttételű) motor szükséges, vagy meg kell elégednünk kevésbé szigorú minőségi követelményekkel.**



13. ábra. A motor kapcsolófeszültsége LEAD szabályozó esetén

### Gyök helygörbe

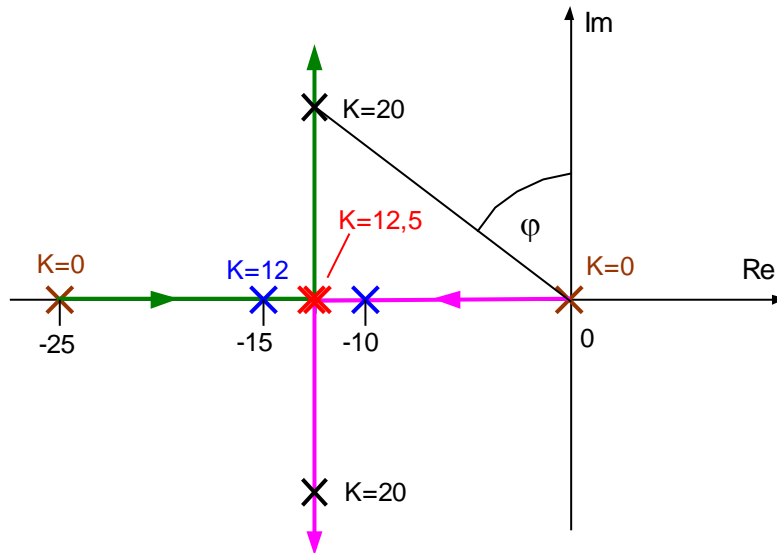
Határozzuk meg az 1. Példa rendszerének K arányos szabályozóját gyök helygörbével!

(Ha a feladatot előzőleg nem oldottuk volna meg más módszerrel, akkor nem lehetnénk biztosak abban, hogy egy arányos szabályozó megfelelő lesz, ezért néha feleslegesen próbálkozunk a gyök helygörbe módszerrel)

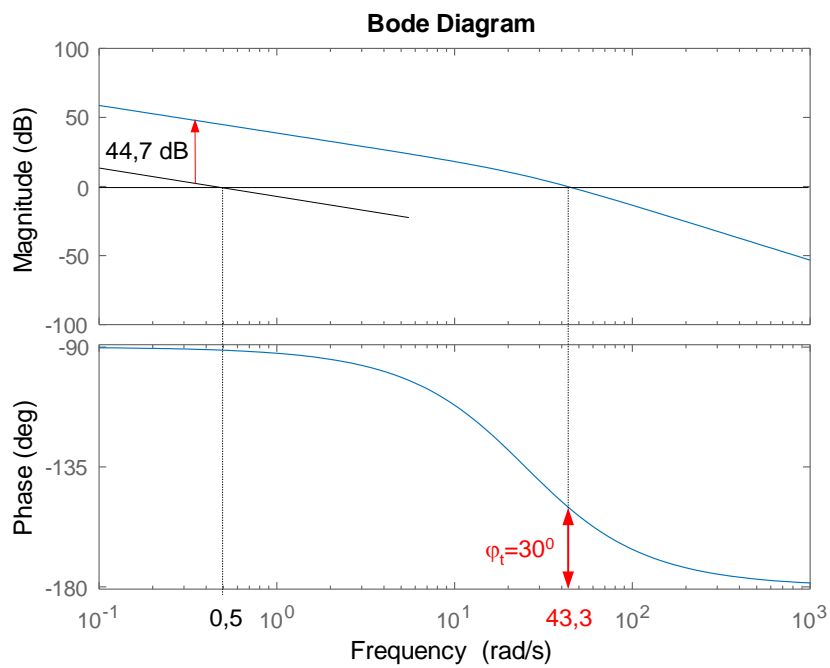
Megoldás

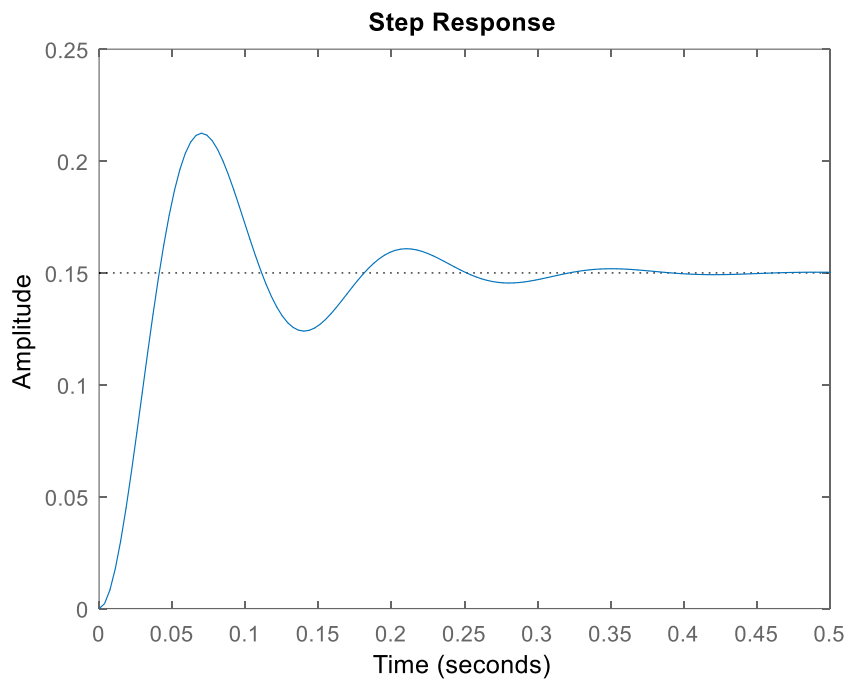
A **zárt rendszer** eredő átviteli függvényének nevezőjét kell zérussal egyenlővé tenni (ez a karakterisztikus egyenlet), hogy a pólusokat megkapjuk. A K erősítés változtatásával a pólusok görbéken (egyeneseken) mozognak a komplex számsíkon. A számsík bizonyos tartományai szoros összefüggésben állnak a rendszer dinamikájával, így a minőségi követelményekkel is.

A zárt rendszer eredő átviteli függvénye K erősítésű arányos szabályozót feltételezve



30 fokos fázistartalékra méretezés:





kb 42% túllövés