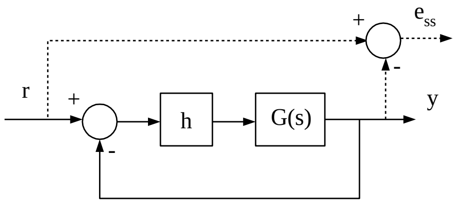
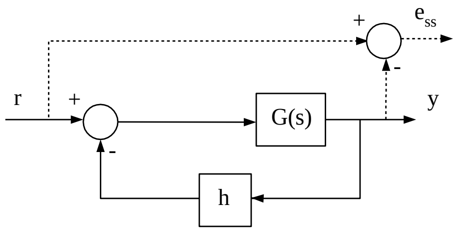
Irányítástechnika példák a klasszikus irányítástechnika részből

1. Példa

Egy folyamat átviteli függvénye G(s)=1/s(s+a)





Mekkora az állandósult szabályozási hiba (e_{ss}=?) r=1/s ugrásbemenet esetén, ha a „h” átviteli tényezőjű tag

a) az előremenő ágban van (merev visszacsatolás esete)? (0)
b) a visszacsatló ágban van ? (h-1)/h

Figyelem! A hurok tipizálására és az állandósult szabályozási hibára vonatkozó szabályok csak merev visszacsatolás esetén érvényesek!

2. Példa

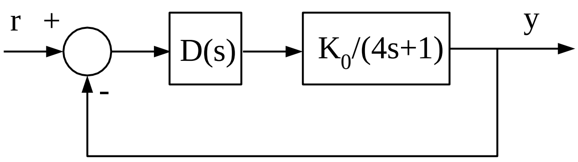
Egy szabályozási rendszer specifikációi a következők:

t_r<0,01 s; M_p<16%;

Rajzolja meg a másodrendű rendszer pólusainak lehetséges tartományát a komplex számsíkon!

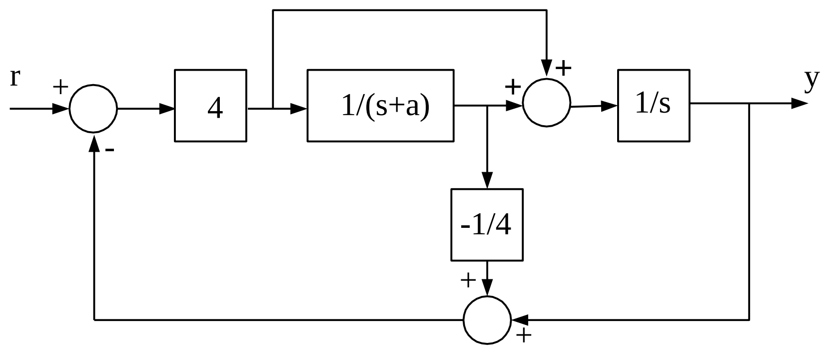
3. Példa

Milyen lehet D(s), hogy az állandósult szabályozási hiba zérus legyen ugrásbemenet esetén?

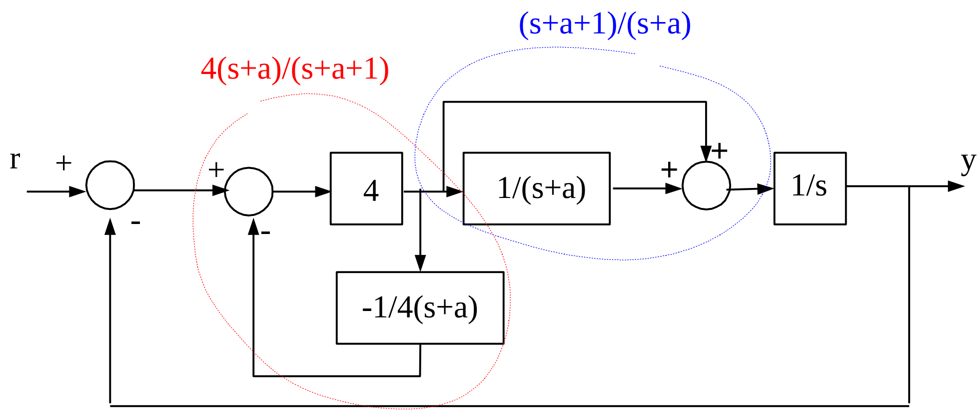


4. Példa

A blokkdiagram egyszerűsítésével határozza meg a zárt szabályozási kör Y(s)/R(s) átviteli függvényét!



Megoldás
A hurkok szétválasztása és egyszerűsítése után a végeredmény: 4/(s+4)



5. Példa

Rajzolja meg a merev visszacsatolású motor szabályozás gyökhelygörbéjét, ha az arányos szabályozó erősítése rögzített (K=5), a változó most a motor időállandójának reciproka, azaz „c”.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+c)}$$

Mekkora legyen „c”, hogy a leggyorsabb beállást érjük el?

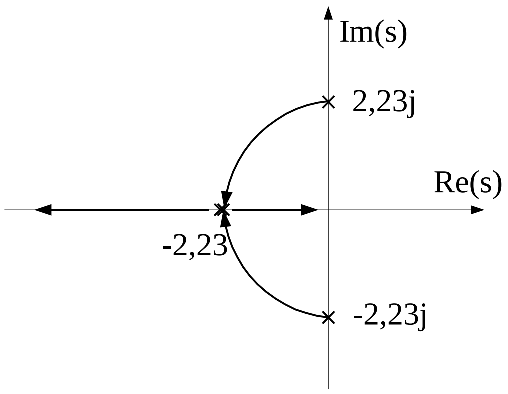
Megoldás
A karakterisztikus egyenlet

$$s^2 + cs + 5 = 0$$

Ha c=0, akkor $s_{1,2} = \pm j2{,}23$

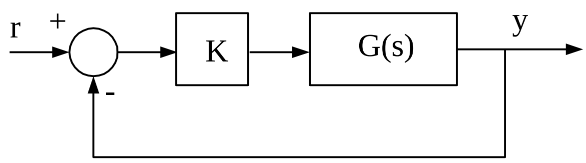
Egybeeső gyökök vannak, ha $c^2 - 20 = 0$, azaz $c = 4{,}47$ akkor $s_1 = s_2 = \frac{-\sqrt{20}}{2} = -2{,}23$

Tovább növelve c értékét, az egyik pólus –végtelenbe, a másik nullába tart.
A leggyorsabb beállás akkor következik be, ha mindkét pólus valós része a legnagyobb. Ez éppen az egybeeső pólusok esetén áll fenn. A leggyorsabb beállási idő 4,6/2,23. A beállás aperiodikus.



6. Példa

Rajzolja meg a merev visszacsatolású szabályozás gyökhelygörbéjét, ha G(s)=(s+1)/[s^2(s+4)]



Megoldás

A zárt rendszer átviteli függvénye

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{K(s+1)}{s^2(s+4)}}{1+\dfrac{K(s+1)}{s^2(s+4)}} = \frac{4}{s^2+s(1+K)+4}$$

A karakterisztikus egyenletet (nevező=0) vizsgáljuk:

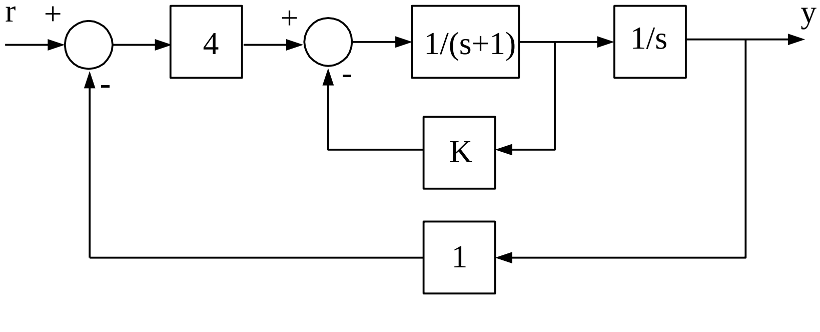
ha K=0, akkor $s_{1,2} = -0{,}5 \pm 1{,}93j$

Közös valós pólus van, ha a diszkrimináns=0, $D = (1+K)^2 - 16 = 0 \quad \to K = 3 \quad \to s_{1,2} = -2$

Tovább növelve K értékét, az egyik pólus –végtelenbe, a másik 0-ba tart a valós számok tartományában.

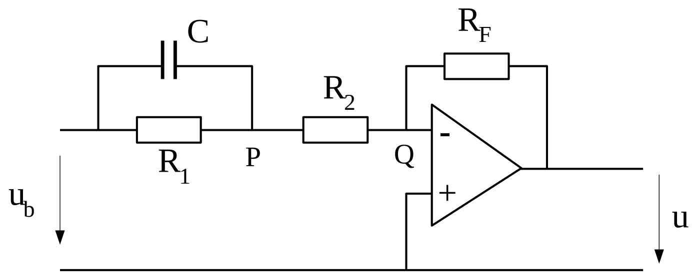
7. Példa

Rajzolja meg az ábrán látható szervomechanizmus gyökhelygörbéjét (a paraméter K)



8. Példa

Határozza meg az alábbi kapcsolás $U(s)/U_b(s)$ átviteli függvényét! Igazolja, hogy ha $R_F=R_1+R_2$, akkor ez egy LEAD szabályozó!



Megoldás:
Két csomóponti törvényt felírva P és Q pontokra, Laplace-transzformálva és rendezve:

$$\frac{U(s)}{U_b(s)} = -\frac{R_F}{R_1+R_2}\cdot\frac{R_1Cs+1}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}Cs+1}$$

9. Példa

Rajzolja meg $G(s)=K\,e^{-sT}$ tag Nyquist diagramját! Ellenőrizze MATLABBAL!

10.Példa

Rajzolja meg $1/(s+1)^2$ Nyquist diagramját! Ellenőrizze MATLABBAL!

11. Példa

Határozza meg a holtidős tag e^{-sT}

a) első fokú
b) másodfokú PADE közelítését!

Megoldás: $\frac{2-sT}{2+sT}$; $\frac{4-2sT+s^2T}{4+2sT+s^2T}$

12. Példa

Hurwitz-kritérium segítségével határozza meg K azon tartományát, melyre stabil a szabályozás!

Megoldás
A karakterisztikus egyenlet

$$s^3+2s^2+s+K=0$$

Az együtthatókat a determinánsba beírva, a determinánst kiszámítva

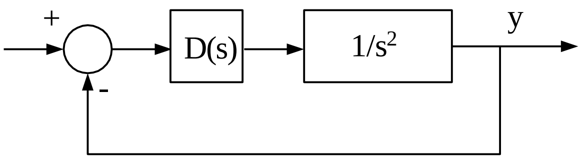
$$2K-K^2>0 \quad \text{vagyis} \quad K(2-K)>0$$

Aldeterminans: K>0, akkor a második tényező 2-K>0 vagyis K<2
A megoldás: 0<K<2

13. Példa
Az ábrán látható szabályozási kör szabályozóját kell megtervezni

a) analitikusan
b) Bode diagrammal

hogy a sávszélesség 0,2 rad/s legyen, valamint a csillapítás minél nagyobb legyen!

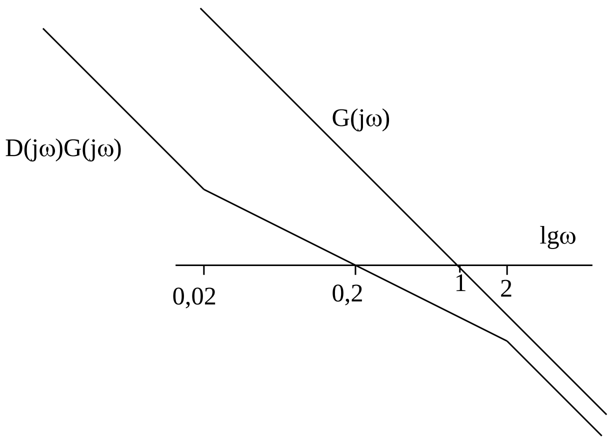


Megoldás
LEAD szabályozó kell, hogy a crossover a -20 dB/dek szakaszra essen. A szabályozó töréspontjait 1 dekáddal a crossover előtt és egy dekáddal a crossover után vegyük fel, hogy a legnagyobb fázistöbbletet érjük el a crossoveren. A szükséges frekvencia átviteli függvény egyenlete

$$D(j\omega)L(j\omega) = \frac{K(j\frac{\omega}{0,02}+1)}{(j\omega)^2(j\frac{\omega}{2}+1)}$$

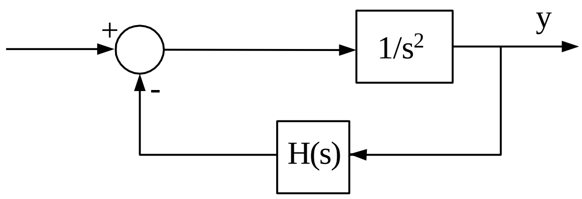
Ha ω=0,2 rad/s akkor az amplitúdó nagyítás A=1.

$$A = \frac{K\sqrt{1+10^2}}{0,2^2\sqrt{1+0,1^2}} = 1 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{K = 0,004}} \quad (-47,95 \;\; dB)$$



14. Példa

Az ábrán egy rakéta egyszerűsített pozícionáló rendszere látható. Határozza meg a H(s)=K(s+2)/(s+4) szabályozó K tényezőjének lehetséges tartományát, ami stabil működést biztosít!



Megoldás

A zárt rendszer karakterisztikus egyenlete

$$s^3+4s^2+Ks+2=0$$

K>0

A Hurwitz-determináns kifejtve

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & K & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 4(2K) - 2 \cdot 2 > 0 \quad \rightarrow K > 0{,}5$$

15. Példa

Bode diagramok segítségével határozza meg K értéktartományát, hogy a merev visszacsatolású rendszer stabil legyen! (legalább 30 fok fázistartalék, vagy 3 dB erősítéstartalék legyen)

$$KG(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+10)}$$

$$KG(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+10)}$$

$$KG(s) = \frac{K}{(s+2)(s^2+2s+9)}$$

16. Példa

Egy DC motor átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{50}{s(0{,}5s+1)}$$

Tervezzen D(s) szabályozót, hogy a beállási idő t_s<0,6 s, a túllövés M_p<25% legyen. A sávszélesség ne legyen kisebb, mint a kompenzálatlan (szabályozó nélküli) rendszeré!

Megoldás

A csillapítás

$$D = \frac{|\ln M_p|}{\sqrt{(\ln M_p)^2 + \pi^2}} = \frac{|\ln 0{,}25|}{\sqrt{(\ln 0{,}25)^2 + \pi^2}} = 0{,}4$$

A beállási időből a crossover frekvencia

$$t_s = \frac{4{,}6}{D\alpha} \quad \rightarrow \omega = \alpha = \frac{4{,}6}{0{,}4 \cdot 0{,}6} = 19{,}1 \text{ rad/s}$$

A szükséges Bode diagram a -20 dB/dek szakaszon metszi a 0 dB alapvonalat 19,1 rad/s frekvenciánál.

$$(DG) = \frac{19{,}1}{j\omega}$$

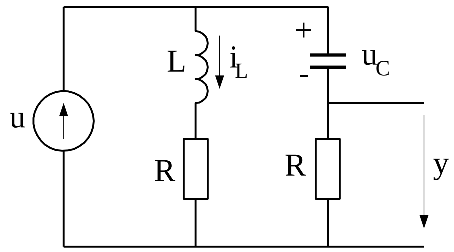
A szükséges szabályozó

$$D(j\omega) = \frac{(DG)}{G} = \frac{\dfrac{19{,}1}{j\omega}}{\dfrac{50}{j\omega(0{,}5j\omega+1)}} = 0{,}383(0{,}5j\omega+1)$$

17. Példa

Az ábrán látható kapcsolásban az „u” bemenet az i_b áram(generátor), az „y” kimenet az u_R feszültség. Legyenek az állapotváltozók a rendszer energiatárolóit jellemző $x_1 = u_C$ és $x_2 = i_L$

Határozza meg a rendszer állapottér reprezentációjának A, B és c^T és D mátrixait!



***Megoldás**:* (az a ritka eset áll fenn, amikor a D mátrix nem nulla, hanem D=R)

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L} & -\dfrac{2R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C} \\ \dfrac{R}{L} \end{bmatrix} i_{be}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + R \cdot i_{be}$$

18. Példa

a)Határozza meg az

L(s)=D(s)G(s)=

$$\frac{3}{s^3 + 2s^2 + 3s + 3}$$ (határeset: φ_t=0; κ=0 dB)

$$\frac{3}{s^3+2s^2+4s+3}$$ (φ_t=70,5 fok; κ=4,4 dB)

$$\frac{3}{2s^2+3s+2}$$ (φ_t=90 fok; κ nem értelmezhető)

hurokátviteli függvényű szabályozások stabilitását számszerűen (fázistartalék és/vagy erősítéstartalék)

Minden esetben rajzolja meg L(s) Bode és Nyquist diagramját, bejelölve a stabilitást jellemző mennyiséget!

19. Példa

Mekkora a

$$D(s)=\frac{s+1}{0{,}02s+1}$$

átviteli függvényű LEAD szabályozó fázistolása ω=25 rad/s körfrekvencián?

Megoldás

$$D(j\omega)=\frac{j\omega+1}{0{,}02\,j\omega+1}$$

$$\varphi(25)=\mathrm{atn}\frac{25}{1}-\mathrm{atn}\frac{0{,}02\cdot 25}{1}=\underline{\underline{1{,}067\quad \mathrm{rad}=61{,}1^0}}$$

20. Példa

Mekkora a

$$G(s)=\frac{200}{s}$$

átviteli függvényű folyamat crossover frekvenciája? (200 rad/s)

21. Példa

Egy process átviteli függvénye

$$G(s)=\frac{500}{s(s+100)}$$

Határozza meg annak az arányos szabályozónak a „K" erősítését, mely 60 fokos fázistartalékot biztosít!
A feladatot analitikusan oldja meg!

Megoldás

$$G(j\omega)=\frac{500}{-\omega^2+100\,j\omega}$$

A szükséges fázistartalék tangense (vigyázat, nevező fázisszöge a 2. síknegyedben van-rajz kell!)

$$\mathrm{tg}\varphi_t = \frac{100\omega}{\omega^2} = \sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \omega = 57{,}73 \ \ \mathrm{rad/s}$$

Itt az amplitúdó-nagyítás

$$A(57{,}73) = \frac{500}{\sqrt{57{,}73^4 + (100 \cdot 57{,}73)^2}} = 0{,}075$$

Mekkorára növelhető az erősítés, hogy A=1 legyen?

$$K = \frac{1}{0{,}075} = \underline{\underline{13{,}33 \quad (22{,}5 \ \ \mathrm{dB})}}$$

22. Példa

Egy process átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{100}{s+20}$$

Határozza meg annak az arányos szabályozónak a „K” erősítését, mely 500 rad/s crossover frekvenciát biztosít a gyorsabb beállási idő eléréséhez! A feladatot analitikusan oldja meg!
(Megoldás: K=14 dB)

23. Példa

Egy process átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{100}{s+20}$$

Határozza meg annak a K/s átviteli függvényű szabályozónak a „K” erősítését, mely 60 fok fázistartalékot biztosít! (K=8,5 dB)

24. Példa

Egy LEAD szabályozó átviteli függvénye

$$D(s) = \frac{s+10}{s+200}$$

Mekkora a szabályozó kis-, és nagyfrekvenciás erősítése? (-26 dB és 0 dB)

25. Példa

Egy folyamat átviteli függvénye $G(s)=1/s^2$. Az alkalmazott PD szabályozó átviteli függvénye

$$D(s)=K + M\cdot s$$

Határozza meg a szabályozó K és M paramétereit analitikusan, hogy a crossover frekvencia 100 rad/s, a fázistartalék 70 fok legyen. A számítást analitikusan végezze!

Megoldás

$$L(s)=\frac{K+Ms}{s^2}$$

$$L(j\omega)=\frac{K+Mj\omega}{-\omega^2}$$

A két ismeretlen számításához két feltételt kell figyelembe venni:

a) Ha 70 fok a fázistartalék, akkor ω=100-nál a fázisszög -110 fok

$$-110^0=\operatorname{atn}\frac{M100}{K}-180^0 \quad \rightarrow 70^0=\operatorname{atn}\frac{M100}{K} \quad \rightarrow \operatorname{tg}70^0=\underline{\underline{2{,}476=\frac{M100}{K}}} \rightarrow M=0{,}02476\,K$$

.

b) Ha ω=100 rad/s, akkor az amplitúdó nagyítás 1:

$$1=\frac{\sqrt{K^2+(M100)^2}}{100^2} \quad \rightarrow K^2+100000\,(0{,}02476\,K)^2=10^8 \quad \rightarrow \underline{\underline{K=3745\,;\quad M=92{,}7}}$$

26. Példa

Mekkora a

$$D(s)G(s)=\frac{200}{s^2}$$

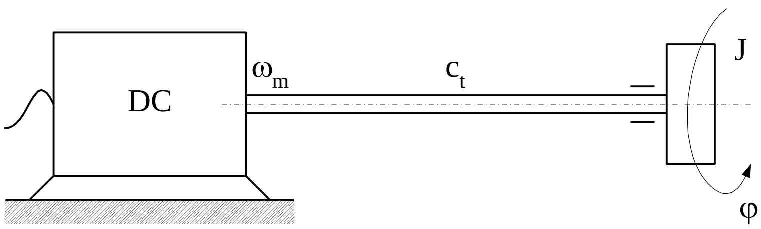
hurokátviteli függvényű folyamat crossover frekvenciája? (14,14 rad/s)

Megoldás

$A(\omega)=1=200/\omega^2$

27. Példa

Egy torziós pozíció szabályozás vázlata látható az ábrán. A J=0.003 kgm^2 tehetetlenségi nyomatékú tárcsa φ szögét kell szabályozással biztosítani. A c_t torziós merevségű tengelyt DC motor hajtja meg. A DC motor egyenlete a szokásos, $\Omega_m(s)=\frac{A}{Ts+1}U(s)-\frac{B}{Ts+1}M(s)$



A=40 rad/sV
B=80 rad/sNm
T=0,1 s
A DC motor paraméterei U=10 V-nál érvényesek
c_t=30 Nm/rad

A tárcsának 1,2 s alatt kell legfeljebb 10 százalék túllendüléssel beállni állandósult hiba nélkül 0,2 rad szögpozícióba. Merev visszacsatolást tételezünk fel.

Tervezze meg a feltételeket kielégítő szabályozót!

28. Példa

Rajzolja meg a

$$D(s)=\frac{(s+10)(s+200)}{s(s+1000)}$$

átviteli függvényű PIDT1 szabályozó Bode diagramját! Mekkora a szabályozó nagyfrekvenciás erősítése?

Megoldás
Osszuk el a számlálót és a nevezőt is s^2-tel, majd vegyük az s → végtelenhez határátmenetet (0 dB)

29. Példa

Tipizálja az

$$L(s)=\frac{s+2}{(s^2+20s)(s+1)}$$

átviteli függvényű szabályozási hurkot! Mekkora lesz az állandósult szabályozási hiba ramp bemenet esetén? (i=1; K=0,1; 1000%)

30. Példa

Egy mintavételes rendszer impulzus-átviteli függvénye

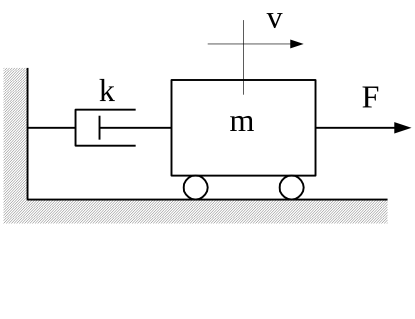
$$G(z)=\frac{0{,}01z^{-1}}{2-1{,}6z^{-1}}$$

A merev visszacsatolású rendszerre 200 egység amplitúdójú ugrásfüggvényt kapcsolunk.

a) Határozza meg az első 3 kimenőjel értékét! (Polinom osztással 0; 0,005; 0,00897; 0,01213……)
b) Mekkora a kimenőjel végértéke? (5)

31. Példa

Határozza meg az ábrán látható rendszer G(z)=V(z)/F(z) impulzus-átviteli függvényét, ha a bemenet az erő, a kimenet a tömeg sebessége. A digitalizálást végezze el Euler módszerrel, valamint Tustin-féle bilineáris transzformációval is. Adatok: m=2 kg; k=40 Ns/m; a mintavételi idő T=0,01 s.



Megoldás:

a) Differencia egyenlettel:

A mozgás differenciálegyenletét átírjuk differencia-egyenletté:

$$F - kv = m\dot{v}$$

$$F_{i-1} - kv_{i-1} = m\frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta t}$$

majd rendezzük az egyenletet

$$mv_i - (m - k\Delta t)v_{i-1} = F_{i-1}\Delta t$$

Z-transzformációt végzünk eltolási tétel alkalmazásával

$$V(z)[m - (m - k\Delta t)z^{-1}] = F(z)\Delta t z^{-1}$$

Az impulzus-átviteli függvény:

$$G(z) = \frac{V(z)}{F(z)} = \frac{0{,}01z^{-1}}{2 - 1{,}6z^{-1}}$$

b)Bilineáris transzformációval:

A folytonos rendszer átviteli függvénye

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + k}$$

Helyettesítsük „s” helyébe a következő összefüggést:

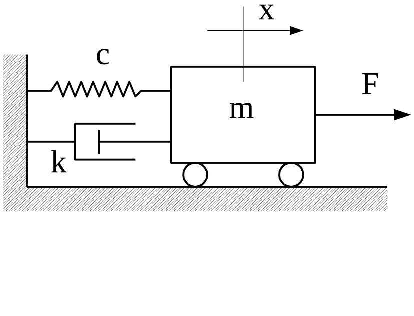
$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$$

$$G(z) = \frac{1}{m\frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1} + k} = \frac{T(z+1)}{2m(z-1) + kT(z+1)} = \frac{0{,}01(z+1)}{4{,}4z - 3{,}6} = \frac{0{,}01(1+z^{-1})}{4{,}4 - 3{,}6z^{-1}}$$

32. Példa

Határozza meg az ábrán látható rendszer G(z)=X(z)/F(z) impulzus-átviteli függvényét Euler differencia-egyenlet módszerrel, ha a bemenet az erő, a kimenet a tömeg elmozdulása.

Adatok: m=2 kg; k=40 Ns/m; a mintavételi idő T=0,01 s.

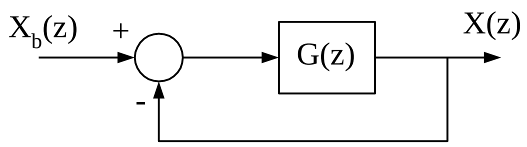


Megoldás: $G(z)=\dfrac{0{,}02z^{-1}}{3{,}6z^{-2}-7{,}84z^{-1}+4{,}4}$

33. Példa

A folyamat G(z) impulzus-átviteli függvénye ismert:

$$G(z)=\frac{0{,}02z^{-1}}{3{,}6z^{-2}-7{,}84z^{-1}+4{,}4}$$



a) Határozza meg a zárt szabályozási kör pólusait!
b) Mit lehet mondani a szabályozás stabilitásáról?
c) Becsülje meg a szabályozás beállási idejét és túllövését ugrásbemenet esetén, ha a mintavételi idő T=0,01 s!

Megoldás

a)A pólusok $z_{1,2}$=0,8886+/-0,1688j
b)abs(z)<1 stabil a szabályozás
c)A z definíciója szerint

$$z=e^{sT}=e^{(-\beta\pm j\gamma)T}=e^{-\beta T}(\cos\gamma T\pm j\sin\gamma T)$$

A valós részek egyenlősége:

$$0{,}8886=e^{-\beta T}\cos\gamma T$$

A képzetes részek egyenlősége

$$0{,}1688=e^{-\beta T}\sin\gamma T$$

$$\mathrm{tg}\gamma T=\frac{0{,}1688}{0{,}8886}=0{,}1899\quad\rightarrow\gamma=18{,}77\ \ \mathrm{rad/s}$$

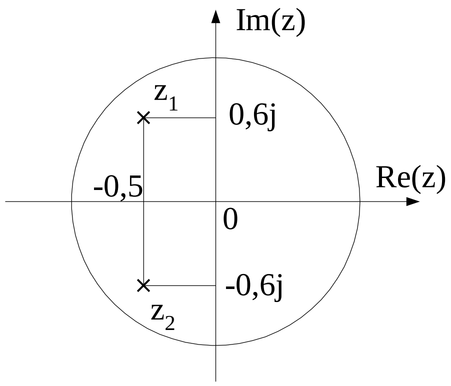
$$e^{-\beta T}=\frac{0{,}1688}{\sin(18{,}77\cdot 0{,}01)}=0{,}904\quad\rightarrow\beta=10{,}03\ \mathrm{rad/s}\quad\rightarrow\alpha=\sqrt{\beta^2+\gamma^2}=21{,}28\ \ \mathrm{rad/s}$$

$$D=\frac{\beta}{\alpha}=0{,}471\quad\rightarrow M_p=0{,}187$$

$$t_s=\frac{4{,}6}{\beta}=0{,}458\ \ \mathrm{s}$$

34. Példa

Adottak egy mintavételes szabályozás pólusai.



Becsülje meg a szabályozás beállási idejét és túllövését, ha a mintavételi idő T=0,1 s! (β=2,46; γ=8,76; D=0,27; t_s=1,87 s; M_p=41,4%´)

35. Példa

Egy szabályozó integráló típusú,

$$x(t) = K\int x_b dt$$

egyenlettel.

Határozza meg a mintavételes szabályozó impulzus-átviteli függvényét, ha az integrálás

a) téglányszabállyal
b) trapézszabállyal

történik T mintavételi idővel.

Megoldás: KT/(z-1); KT(z+1)/2(z-1)