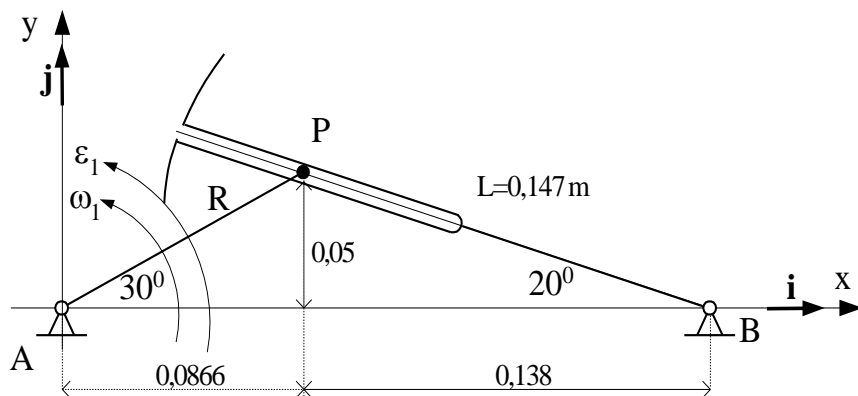


Adott egy máltai kereszt mechanizmus modellje. Az AP kar ω_1 szögsebességgel és ε_1 szöggyorsulással forog. A kar P pontja a B csukló körül forgó tag (Máltai kereszt) vezetőkében tud elcsúszni, miközben a tagot elfordulásra készíti. Határozzuk meg a Máltai kereszt ω_2 szögsebességét és ε_2 szöggyorsulását az adott helyzetben!

Adatok:

- AP=0,1 m
- $\alpha=30^\circ$
- $\beta=20^\circ$
- $\omega_1=20$ rad/s
- $\varepsilon_1=5$ rad/s²



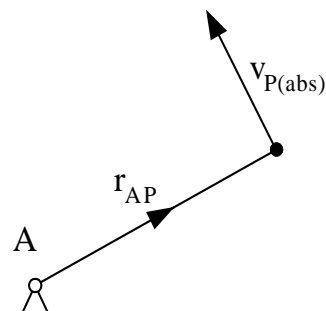
A vizsgálatot mozgó krsz-ben végezzük, mert a kar P pontja relatív mozgást végez a Máltai keresztet képest (csúszik)

Sebességállapot

$$\mathbf{v}_{Pabsz} = \mathbf{v}_{Pszáll} + \mathbf{v}_{Prel} \tag{1}$$

ahol az álló krsz-ben mért **abszolút** sebesség:

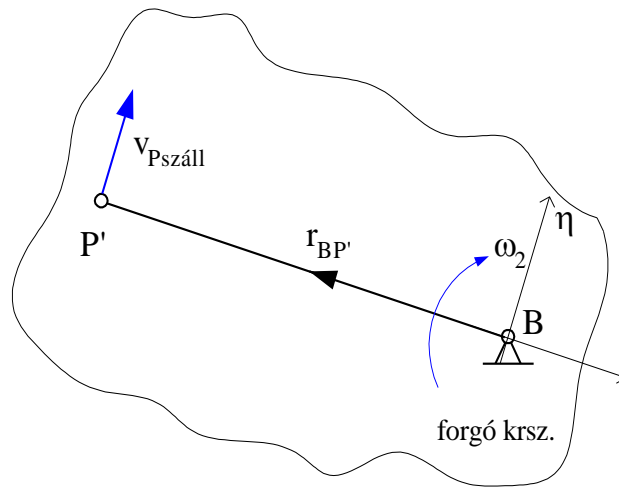
$$\mathbf{v}_{Pabsz} = \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_{AP} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 20 \\ 0,0866 & 0,05 & 0 \end{vmatrix} = -\mathbf{i} + 1,732\mathbf{j}$$



Mozgó (a B pont körül forgó) koordináta-rendszerből nézve a P pont mozgását:

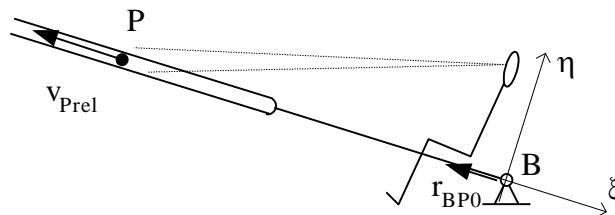
A szállító sebesség: (a mozgó krsz. azon pontjának sebessége, ahol a vizsgált pont tartózkodik)

$$\mathbf{v}_{\text{Pszáll}} = \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_{\text{BP}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -\omega_2 \\ -0,138 & 0,05 & 0 \end{vmatrix} = 0,05\omega_2\mathbf{i} + 0,138\omega_2\mathbf{j}$$



A relatív sebesség: (a mozgó krsz.-ben ülő megfigyelő által észlelt sebesség)

$$\mathbf{v}_{\text{Prel}} = v_{\text{Prel}} \underbrace{(-0,949\mathbf{i} + 0,342\mathbf{j})}_{\text{egységvektor}}$$

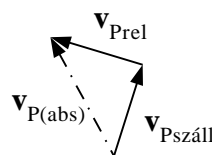


(1) egyenletbe helyettesítve

$$(-\mathbf{i} + 1,732\mathbf{j}) = (0,05\omega_2\mathbf{i} + 0,138\omega_2\mathbf{j}) + (-0,949v_{\text{rel}}\mathbf{i} + 0,342v_{\text{rel}}\mathbf{j})$$

i-vel, majd **j**-vel szorozva 2 skalár egyenletet kapunk, ahonnan

$$\omega_2 = 8,807 \text{ (rad/s)} \text{ és } v_{\text{rel}} = -1,436\mathbf{i} + 0,517\mathbf{j} \text{ (m/s)}$$

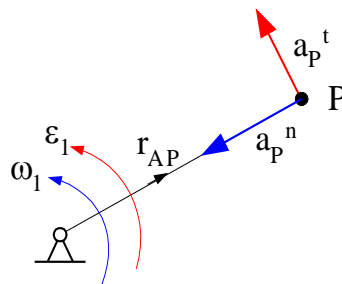


Gyorsulás állapot

A P pont **abszolút gyorsulásának** komponensei álló krsz-ben nézve:

$$\mathbf{a}_P^n = -\omega_1^2 \mathbf{r}_{AP} = -20^2 (0,0866\mathbf{i} + 0,05\mathbf{j}) = -34,64\mathbf{i} - 20\mathbf{j}$$

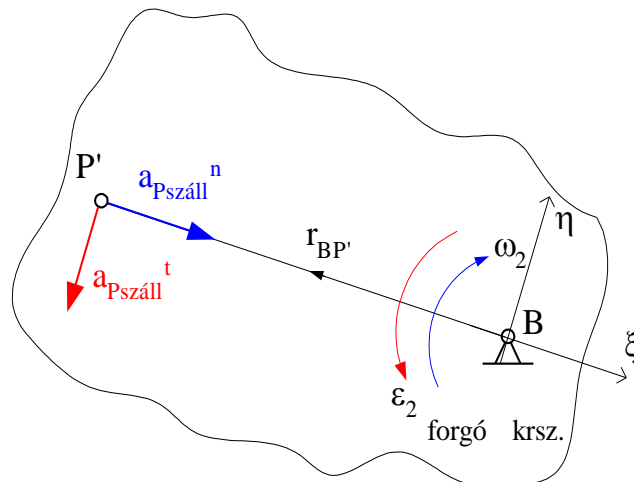
$$\mathbf{a}_P^t = \boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \mathbf{r}_{AP} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 5 \\ 0,0866 & 0,05 & 0 \end{vmatrix} = -0,25\mathbf{i} + 0,433\mathbf{j}$$



A szállító gyorsulás komponensei:

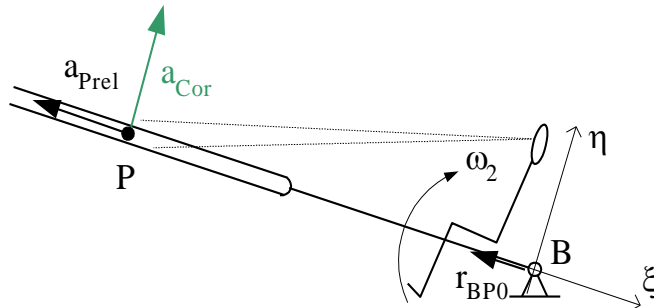
$$\mathbf{a}_{sz}^n = -\omega_2^2 \mathbf{r}_{BP} = -(8,807)^2 (-0,138\mathbf{i} + 0,05\mathbf{j}) = 10,703\mathbf{i} - 3,478\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a}_{sz}^t = \boldsymbol{\varepsilon}_2 \times \mathbf{r}_{BP} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ -0,138 & 0,05 & 0 \end{vmatrix} = -0,05\varepsilon_2\mathbf{i} - 0,138\varepsilon_2\mathbf{j}$$



A **relatív** gyorsulás (a P pont a horonyban mozog, a mozgó krsz-ben ülő megfigyelő csak horony irányú gyorsulást láthat)

$$\mathbf{a}_{\text{rel}} = |a_{\text{rel}}| \underbrace{(0,949\mathbf{i} + 0,342\mathbf{j})}_{\text{egységvektor}}$$



A **Coriolis gyorsulás** (forgó krsz és van relatív sebesség!!!)

$$\mathbf{a}_{\text{Cor}} = 2\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{v}_{\text{rel}} = 2 \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -8,807 \\ -1,436 & 0,517 & 0 \end{vmatrix} = 9,106\mathbf{i} + 25,28\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a}_{\text{absz}} = \mathbf{a}_{\text{sz}} + \mathbf{a}_{\text{rel}} + \mathbf{a}_{\text{Cor}} \quad (2)$$

A (2) egyenletbe helyettesítve a gyorsulásokat

$$(-34,64\mathbf{i} - 20\mathbf{j}) + (-0,25\mathbf{i} + 0,433\mathbf{j}) = (10,703\mathbf{i} - 3,478\mathbf{j}) + (-0,05\epsilon_2\mathbf{i} - 0,138\epsilon_2\mathbf{j}) + \dots + a_{\text{rel}}(0,949\mathbf{i} + 0,342\mathbf{j}) + (9,106\mathbf{i} + 25,28\mathbf{j})$$

A vektoregyenletet **i**-vel, majd **j**-vel szorozva két skalár egyenletet kapunk. Innen

$$\epsilon_2 = 177,62 \text{ rad/s}^2$$

$$a_{\text{rel}} = -48,2 \text{ m/s}^2 \text{ (B pont felé mutat)}$$

.....
Kinetika

A B pont körül forgó tag tehetetlenségi nyomatéka $J = 0,002 \text{ kgm}^2$. Mekkora erő hat a P pontban lévő csapszегre?

A Máltai kereszt ϵ_2 szöggyorsulását már ismerjük. A forgó mozgás alapegyenletét felírva

$$M = J \cdot \epsilon = 0,002 \cdot 177,62 = 0,355 \text{ Nm}$$

nyomaték szükséges a szöggyorsulás létrehozásához. A horony falára merőlegesen ható erő (támasz kényszer!):

$$F = \frac{M}{L} = \frac{0,355}{0,147} = 2,41 \text{ N}$$